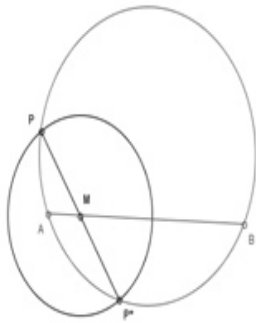


REPUBLIKA E SHQIPËRISË
INSTITUTI I ZHVILLIMIT TË ARSIMIT

UDHËZUES KURRIKULAR
(MATERIAL NDIHMËS PËR MËSUESIT E GJIMNAZIT)

LËNDA: MATEMATIKË

Klasa e 10^{të}-12^{të}



$$\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^4 + 2 \frac{dy}{dx} = \sin x$$

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = x^2 - x$$

$$\frac{dy}{dx} - \sin y = -x$$

$$y = mx + b$$

TIRANË, KORRIK 2010

AUTOR:
PROF. ASOC. ERLIRA KOCI
MA. DORINA RPTI
MA. ALFONS HARIZAJ
MA. MIRJANA CENOLLARI

“Matematika është mbretëresha dhe shërbëtorja e të gjitha shkencave”

E. T. Bell

PËRMBAJTJA

- 1. Lënda e matematikës në kurrikulën e re të gjimnazit**
- 1.1. Rëndësia**
- 1.2. Synimet e kurrikulës së matematikës, përmbajtja dhe struktura e programit**
- 1.3. Ndryshimet në konceptim, strukturë dhe përmbajtje**
- 2. Zhvillimi i aftësive bazë**
- 3. Lidhja e matematikës me fushat e tjera**
- 4. Objektivat e programit dhe zbërthimi i tyre në objektiva specifike sipas niveleve të arritjes të nxënësve**
- 4.1. Klasifikimi i objektivave të programit sipas niveleve të taksonomisë së Blumit**
- 4.2. Zbërthimi i objektivave të programit në objektiva specifike sipas niveleve të arritjes**
- 5. Parimet dhe metodat mësimore në zbatim të programit lëndor**
- 6. Vlerësimi i nxënësit**

1. LËNDA E MATEMATIKËS NË KURRIKULËN E RE TË GJIMNAZIT

1.1. Rëndësia

Matematika në gjimnaz është njëkohësisht lëndë dhe fushë.

Matematika konsiderohet si veprimtari krijuese dhe si një nga degët më të përdorshme, më tërheqëse dhe më motivuese të dijeve njerëzore. Ajo është proces komunikimi i informacionit që mundëson zgjidhje për problemet praktike dhe e aftëson individin të bëjë zbulime nëpërmjet përfytyrimeve paraprake të imagjinatës.

Shoqëria e sotme ka nevojë për njerëz të cilët të jenë të aftë të komunikojnë në mënyrë sasiore; të dallojnë situatat problemore zgjidhja e të cilave kërkon përdorimin e matematikës; të kuptojnë të dhëna të përcjella nëpërmjet medieve ose të ndeshura në mjediset e jetës së përditshme; të jenë të aftë matematikisht për profesionin e tyre; të përdorin teknologjinë për të lehtësuar zbatimet e matematikës.

Kurrikula e matematikës shkollore është një nga faktorët kyç në përgatitjen e nxënësve sipas kërkesave të shoqërisë së sotme.

Mësimi i matematikës në shkollë ka të bëjë me njohjen, të kuptuarit dhe të zbatuarit e koncepteve dhe shprehive matematike. Matematika shkollore nuk është thjesht një grumbull njohurish e aftësish, por edhe një mënyrë të menduari. Detyra e matematikës si lëndë shkollore është t'u transmetojë nxënësve, krahas njohurive konkrete matematikore, edhe pikëpamje më të përgjithshme për proceset e të menduarit dhe marrjes së vendimeve, të cilat janë me rëndësi për një organizim aktiv dhe të përgjegjshëm të shoqërisë.

Matematika është një element kyç i kurrikulës së gjimnazit. Kur nxënësit mësojnë matematikë, nuk kemi të bëjmë thjesht me zotërimin e koncepteve e shprehive bazë, por edhe me përfitim të një aparati logjik dhe një mjeti konciz të fuqishëm komunikimi. Zotërimi i gjuhës matematikore, strukturave dhe operacioneve të saj, të ndihmon të arsyetosh, të argumentosh konkluzionet dhe të shprehësh idetë qartë.

Lënda e matematikës, krahas lëndëve të tjera, synon të japë kontributin e vet edhe në zhvillimin e gjithanshëm të personalitetit të nxënësve.

Karakteristikë e mënyrës matematikore të të punuarit dhe të menduarit janë përdorimi i saktë i gjuhës, zhvillimi i koncepteve të qarta, të menduarit logjik, argumentimi, si dhe kuptimi i varësive reciproke ndërmjet dukurive e proceseve. Nëpërmjet të ushtruarit me këto mënyra pune, nxënësit zhvillojnë intensivisht të menduarit dhe aftësinë për të abstraguar. Ata njihen me forma e mënyra të ndryshme vëzhgimi dhe veprimi, nëpërmjet të cilave zhvillohen më tej si elasticiteti intelektual, ashtu edhe aftësia për të gjykuar nga këndvështrime të ndryshme.

Kontrolli dhe vlerësimi i rezultateve dhe i metodave të zbatuara, nxisin aftësinë kritike të gjykimit të nxënësve. Analiza ekzakte e përgjigjes së një pyetjeje, si një domosdoshmëri në shumicën e problemeve matematikore, nxit aftësinë e formimit të mendimit të pavarur e të argumentuar.

Nëpërmjet zgjidhjes së detyrave matematikore formohen gatishmëria për veprimtari intelektuale dhe aftësia për t'u përqendruar. Zgjidhja e problemave matematikore kërkon këmbëngulje, durim, cilësi, të cilat janë të nevojshme në jetën e përditshme sociale dhe profesionale të çdo individi.

1.2. Synimet e kurrikulës së matematikës, përmbajtja dhe struktura e programit

Lënda e matematikës në gjimnaz **synon:**

Të japë ndihmesë në zhvillimin vetjak të nxënësit; ta aftësojë atë për të përdorur lehtësisht dhe në mënyrë organike, në fushat e tjera të të nxënit, njohuritë dhe shprehitë matematike, metodat matematikore, arsyetimin matematik; ta pajisë nxënësin me njohuri dhe shprehi matematike të nevojshme për jetën dhe për arsimim të mëtejshëm; të kujdeset për të plotësuar nevojat dhe shprehitë e individit në përputhje me kërkesat e shoqërisë.

Objektivat e përgjithshme të lëndës së matematikës

Në përfundim të gjimnazit nga secili nxënës pritet që të jetë i aftë:

- të përdorë matematikën si një mjet në jetën e përditshme dhe në veprimtari shoqërore;
- të besojë në aftësitë, shprehitë dhe në gjykimin e tij/saj;
- të jetë kurajoz dhe i vullnetshëm për t'u përfshirë në një të nxënë eksperimentues, zbulues dhe krijues;

- të mendojë në mënyrë logjike dhe kritike;
- të përdorë lidhjet brenda lëndës së matematikës, si dhe lidhjet e saj me fusha të tjera;
- të zotërojë njohuri e shprehi matematike të nevojshme për të vazhduar studimet e mëtejshme në çdo fushë;
- të zotërojë shprehitë e punës së pavarur, sistematike dhe të saktë;
- të ketë kureshtje dhe imagjinatë të zhvilluar;
- të modelojë matematikisht situata të jetës së përditshme;
- të përdorë figurat, formulat, modelet në mbështetje të të menduarit;
- të komunikojë qartë dhe saktë duke përdorur fjalorin dhe simbolet e përshtatshme;
- të jetë i motivuar për ta studiuar matematikën si fushë që ka rëndësi për jetën sociale dhe profesionale.

Arsimimi matematik ka për detyrë t'i pajisë nxënësit me njohuri matematikore të domosdoshme për t'i bërë ata të aftë të marrin vendime të mirëgjatura, të interpretojnë dhe të përdorin fluksin në rritje të informacionit e të marrin pjesë në procese vendimmarrëse në shoqëri.

Lënda e matematikës duhet të sigurojë një bazë të nevojshme e të mjaftueshme për të studiuar lëndë të tjera, për arsimim të mëtejshëm dhe për arsimim gjatë gjithë jetës.

Mësimi i matematikës duhet të zhvillojë te nxënësit interesin për matematikën dhe t'i bëjë të aftë të zbatojnë matematikën dhe të komunikojnë matematikisht edhe në situata të jetës së përditshme.

Lënda duhet të ndërgjegjësojë nxënësit për zbatimet e shumëllojshme të matematikës në arte, në shkenca, në ekonomi, në shëndetësi, në kohën e lirë etj.

1.3. Ndryshimet në konceptim, strukturë dhe përmbajtje

Kurrikula e re e matematikës sjell ndryshime në konceptim, në strukturë dhe në përmbajtje.

Në konceptim

Lënda e matematikës të gjimnazit është konceptuar në dy tip programesh: **programi bërthamë dhe programi i avancuar**. Të dy ti-

pet e programeve janë të lidhura me njëri-tjetrin në kuptimin që njohuritë e shprehite e programeve të avancuara bazohen në njohuritë e shprehite e programeve bërthamë. Programet bërthamë janë pjesë e kurrikulës bërthamë të gjimnazit, si rrjedhim të detyrueshme për të gjithë nxënësit. Njohuritë dhe shprehite e programeve bërthamë janë më të domosdoshmet që i duhen një nxënësi që mbaron gjimnazin, pavarësisht nga karriera e mëtejshme e tij. Programet e avancuara janë pjesë e kurrikulës me zgjedhje të gjimnazit, si rrjedhim nuk janë të detyrueshme për të gjithë nxënësit, por vetëm për ata të cilët i kanë zgjedhur. Njohuritë dhe shprehite e programeve të avancuara plotësojnë dhe pasurojnë ato të marra në programet bërthamë për të lehtësuar sukseset në karrierën e mëtejshme të nxënësit sidomos studimet në disa degë të arsimit të lartë.

Ndryshimet në konceptim kanë sjellë edhe ndryshime sasiore në numrin e orëve.

Programi bërthamë zhvillohet me 108orë në klasën e 10-të, 108 orë në klasën e 11-të dhe 132 orë në klasën e 12-të. Programi i avancuar zhvillohet me 72 orë në klasën e 10-të, 72 orë në klasën e 11-të dhe 33 orë në klasën e 12-të.

Në strukturë

Programet e reja të gjimnazit janë hartuar me një strukturë thellësisht të reformuar. Vlen të theksohet që linjat e nënlinjat nuk janë kapituj si ata që jemi mësuar të gjejmë në programet e mëparshme. Linjat dhe nënlinjat mbeten pothuajse të njëjta për të tre vitet e gjimnazit. Renditja e linjave në tabelën e shpërndarjes së orëve nuk është lineare, domethënë gjatë zbatimit në klasë nuk do të thotë që duhet të zhvillohet linja e parë, pastaj e dyta e kështu me radhë. Përkundrazi, linjat e nënlinjat ndërthuren. Sigurisht, shpërndarja e njohurive përgjatë vitit shkollor nuk bëhet dosido, por mendohet me kujdes që në fillim nga autorët e teksteve apo materialeve mësimore dhe mësuesit.

Tërësia e rubrikave të programit (*synimi, objektivat e përgjithshëm, objektivat sipas linjave e nënlinjave, tabela e kërkesave të lëndës ndaj lëndëve të tjera, kërkesat për zbatimin e programit, vlerësimi*), lehtësojnë punën e mësuesit gjatë gjithë vitit shkollor. Rezultatet e pritshme të paraqitura kryesisht nëpërmjet objektiveve të programit, udhëheqin vazhdimisht punën e mësuesit: kur zgjedh tekstin bazë, kur bën planin mësimor, kur vendos objektivat e kapitullit, kur zgjedh materiale ndihmëse, kur realizon mjete mësimore, kur vlerëson nxënësit, apo kur raporton te prindërit rezultatet e nxënësve.

Në përmbajtje

Në krahasim me programet e mëparshme, përmbajtja e programit të matematikës është lehtësuar nga ngarkesa konceptuale ose është përmirësuar shtjellimi për të ulur mbingarkesën dhe për t'i lënë më tepër vend zhvillimit të aftësive.

Programet e reja theksojnë rëndësinë e modelimit matematik, lidhjen e matematikës me jetën e përditshme dhe me fushat e tjera. Nëpërmjet objektivave për lëndën bëhet e ditur se çfarë pritet të dinë e të jenë të aftë të bëjnë nxënësit, në përfundim të secilës klasë.

Si rrjedhim, theksi i të mësuarit vihet te rezultatet.

Përmbajtja e zgjedhur për programin e gjimnazit mbështetet në kurrikulën e matematikës të arsimit 9-vjeçar. Gjithashtu, është mbajtur parasysh edhe fakti që programi i një lënde është derivat i dokumenteve kurrikulare zyrtare që kanë lidhje me lëndën dhe njëkohësisht është koherent me to, duke filluar që nga strategjia e arsimit, korniza kurrikulare e gjimnazit dhe standardet e matematikës për gjimnazin. Në veçanti gjatë hartimit të programeve janë pasur parasysh prirjet bashkëkohore të mësim-it të matematikës në arsimin e mesëm dhe kompetencat evropiane për arsimin e mesëm.

Ajo që duhet theksuar, ka të bëjë me faktin se si duhet t'i mësojmë nxënësit të përshtatin të menduarit ndaj situatave. Prirjet e sotme janë theksimi në rritje në kurrikulën e matematikës i arsytimit logjik, zgjidhjes së problemave dhe arsytimit gjeometrik, sepse këto janë shprehje gjeneruese që mund të përdoren në një gamë të gjerë situatash të nevojshme në një shoqëri teknologjike dhe informative në ndryshim.

Përmbajtja transmetohet nëpërmjet linjave e nënlinjave për të cilat, janë hartuar objektivat dhe konceptet e aftësitë kryesore. Objektivat përmbajnë njohuri, shprehje, qëndrime dhe vlera që lidhen me grupimin përkatës të koncepteve. Objektivat janë të detyrueshëm për t'u arritur nga të gjithë nxënësit. Objektivat ndihmojnë përdoruesit e programit për ta kuptuar atë dhe mundësojnë zhvillimin e alternativave krijuese për zbatimin e programit.

2. ZHVILLIMI I AFTËSIVE BAZË

Përgatitja e nxënësve për karrierën e tyre të mëtejshme kërkon që kurrikula e matematikës t'u mundësojë të rinjve të fitojnë disa aftësi bazë gjë të cilës hartimi i kurrikulës së re i ka kushtuar vëmendje të posaçme. Këtij qëllimi i shërben edhe linja që ka të bëjë vetëm me proceset matematike. Në secilat nga linjat është bërë kujdes që nëpërmjet objektivave të synohet edhe në formimin e aftësive. Theksojmë që formimi i tyre lidhet me kontributin e njëkohshëm të të gjitha fushave kurrikulare.

Në vijim janë përzgjedhur aftësitë bazë, të cilat duhen patur parasysh gjatë gjithë mësimin të matematikës:

Aftësia e përdorimit të matematikës në situata të jetës së përditshme dhe në fushat e tjera kurrikulare.

Në të gjitha fushat e të nxënësve, kurrikula e gjimnazit u jep mundësinë nxënësve të përdorin njohuritë dhe aftësitë matematike. Ajo duhet të synojë që çdo nxënës të bëhet i aftë të përdorë në fushat e tjera të të nxënësve dhe në situata të jetës së përditshme:

- Njohuritë dhe shprehjet matematike,
- Metodat matematike,
- Arsyetimin matematik.

Aftësia e komunikimit

Matematika duhet t'i japë mundësinë secilit nxënës që të bëhet i aftë të komunikojë qartë (në kuptimin e dhënies dhe marrjes së informacionit), saktë e kuptueshëm e në disa mënyra. Ajo duhet të synojë të aftësojë nxënësin:

- të përshkruajë, të shpjegojë dhe të diskutojë, me gojë dhe me shkrim, veprimtaritë praktike, hamendjet dhe procesin e zgjidhjes;
- të përdorë gjuhën e simboleve;
- të marrë informacion nga figura, skica, grafikë, tabela, diagrame dhe të japë informacion me to;
- të përdorë drejt, disa elemente logjike të gjuhës së përditshme, si: dhe, ose, sjell, nuk, anasjelltas, në qoftë se...atëherë..., të gjithë, të

paktën një, etj.

Aftësia e përdorimit të teknologjisë së informacionit dhe të komunikimit (TIK)

Nxënësi që ka fituar aftësitë e TIK-ut, e ka lehtësisht të mundur të përdorë sistemet dhe mjetet e teknologjisë së informacionit dhe të komunikimit në kontekste të ndryshme.

Nxënësi aftësohet:

- për të përdorur TIK-un për të kërkuar dhe menaxhuar informacione të nevojshme;
- për të shqyrtuar, për të bërë parashikime dhe për të zgjidhur situata problemore me ndihmën e TIK-ut;
- për të paraqitur punën individuale ose të grupit, duke përdorur një larmi mjetesh dhe formatesh dixhitale;
- për të bashkëpunuar me të tjerët nëpërmjet komunikimit elektronik.

Aftësia e të menduarit kritik

Ka të bëjë me të menduarit kritik dhe krijues në kuptimin e grumbullimit të informacionit të nevojshëm, vlerësimin e tij dhe arritjen në një përfundim të argumentuar.

Kurrikula e matematikës i jep mundësinë secilit nxënës që të zhvillojë të menduarit kritik (analitik) ndaj zgjidhjeve, informacioneve, ngjarjeve, dukurive dhe qëndrimeve.

Të menduarit kritik ndihmon në rritjen e shkallës së arsyetimit dhe në zgjidhjen e problemeve. Procesi i të menduarit kritik përmban grumbullimin e informacionit të nevojshëm, vlerësimin e tij dhe arritjen në një përfundim të argumentuar.

Nxënësi aftësohet:

- për të mbështetur me argumente dhe fakte përfundimet, përgjithësimet dhe bindjet e tij;
- për të mbajtur ose për të krijuar qëndrime të pavarura, të mbështetura me argumente ndaj gjykimeve dhe qëndrimeve të të tjerëve, ndaj

informacioneve në përgjithësi dhe atyre mediatike në veçanti;

- për të marrë në konsideratë, pa paragjykime, argumentet e të tjerëve;
- për të shqyrtuar alternativat, pro” dhe “kundër” për një çështje të caktuar;
- për të dalluar faktet nga interpretimet e tyre;
- për të përdorur metoda të larmishme për identifikimin e strukturave të informacionit dhe të ideve, p.sh. listat, rrjetet, hierarkitë, diagramet, grafikët, hartat etj;
- për të shpjeguar lidhjet ndërmjet së tërës dhe pjesëve të saj përbërëse;
- për të zhvilluar një linjë arsyetimi të bazuar në fakte, përfundime dhe parashikime;

Aftësia e të arsyetuarit dhe të vërtetuarit

Zhvillimi i të arsyetuarit logjik është i lidhur me zhvillimin verbal dhe intelektual të nxënësve. Nxënësit fillojnë të mendojnë konkretisht dhe t’i mbështesin ato me subjekte fizike ose konkrete. Duke kaluar vitet ata do të bëhen më të aftë për të arsyetuar në mënyre formale dhe abstrakte.

Për të zhvilluar aftësitë e tyre drejt arsyetimit logjik, nxënësve u duhen krijuar mundësi të zbulojnë, supozojnë, afirmojnë dhe bindin të tjerët. Një mjedis mësimor që ofron përvoja matematikore të larmishme, materiale dhe mjete të nevojshme, do t’ia arrijë më lehtë qëllimit. Lidhur me arsyetimin logjik, mësuesi duhet të ketë në konsideratë që nxënësit të ushtrohen sistematikisht të hetojnë për gjetjen e rregullit në situata të thjeshta, si dhe për paraqitjen ose modelimin e tyre matematik; nxënësit duhet të inkurajohen për një të menduar euristik, në përdorimin e metodës induktive dhe në analogjinë, që, siç dihet, janë të domosdoshme për zotërimin jomekanik të njohurive matematikore dhe për formimin e koncepteve të qarta matematikore.

Lënda i jep mundësinë nxënësit që të shfaqë origjinalitetin e tij dhe të zhvillojë prirjet e veta arsyetuese. Ajo synon të aftësojë nxënësin :

- të përdorë drejt disa rregulla elementare të logjikës e të arsyetimit korrekt;
- të argumentojë;
- të pyesë veten dhe të tjerët për të përligjur një përfundim;

- të vërtetojë teorema të thjeshta;
- të përdorë metodën e kundërshebullit;
- të përdorë arsyetimin, veprimet me mend ose parashikimin për të gjykuar zgjidhjen e një probleme;
- të gjykojë në vërtetësinë e një rezultati të dhënë, i cili mund të jetë gjetur me llogaritje, me zbatimin e formulave të njohura ose me përdorimin e teknologjisë.

Aftësia e përdorimit dhe e përpunimit të informacionit

Përdorimi dhe përpunimi i informacionit i ndihmon nxënësit të bëhen individë efektivë në një mjedis të tejmbushur me informacion nëpërmjet grumbullimit, përzgjedhjes, regjistrimit, organizimit, përmbledhjes, prezantimit, interpretimit.

Për këtë arsye, nxënësi aftësohet:

- për të siguruar informacione nga burime të larmishme;
- për të përdorur strategji të ndryshme për të analizuar, për të përpunuar dhe për të interpretuar informacione;
- për të përzgjedhur burimet e ndryshme të informacionit në përshatje me qëllimin;
- për të regjistruar, për të organizuar, për të përmbledhur, për të bashkërenduar dhe për të komunikuar informacionet;
- për të paraqitur informacionet, duke shfrytëzuar larmi teknologjish informacioni dhe komunikimi (p.sh. PoëerPoint, video klipe, aparat fotografik dixhital).

Aftësia e zgjidhjes problemore

Një nga arritjet kryesore të lëndës së matematikës është aftësimi i nxënësve për të zgjidhur situata problemore që do të thotë përdorimi dhe zbatimi i matematikës shkollore brenda vetë matematikës, në detyra praktike dhe në situata problemore të jetës reale. Në këtë kontekst një situatë problemore mund të jetë thjesht një problem matematik rutinë, një problem në një situatë të re ose një hetim që përdor matematikën dhe proceset e të menduarit.

Të zgjidhësh një situatë problemore do të thotë të përdorësh njohuritë e fituara për të zgjidhur një problem në një situatë të panjohur më parë. Kjo aftësi u jep nxënësve mundësinë të sfidojnë, të zgjidhin e të menax-

hojnë situatat e larmishme problemore të jetës së përditshme. Në këtë drejtim, nxënësit aftësohen:

- për të matematizuar dhe për të zgjidhur situata problemore, jo të ndërlukuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë, të simuluar, nga jeta reale ose me shembuj nga shkencat e tjera, në përshtatje me njohuritë dhe shprehjet e fituara;
- për të analizuar situata problemore dhe për të hartuar plane ndërvepruese për zgjidhjen tyre;
- për të monitoruar dhe për të vlerësuar ecurinë e etapave të zgjidhjes së problemit;
- për të bërë parashikime, për të ngritur hipoteza, për të argumentuar në mënyrë bindëse metodat e përdorura të kërkimit dhe përfundimet e arritura;
- për të kërkuar, për të gjetur zgjidhje të ndryshme dhe për t'i vlerësuar ato në përputhje me dobinë dhe zbatueshmërinë;
- për të gjykuar rrugën e zgjidhjes me qëllim përmirësimi.

Aftësia e të punuarit në grup

Aftësitë e punës në grup nxjerrin në pah rolin e të punuarit me të tjerët për qëllime të të nxënësve dhe për arritjen e synimeve personale dhe të përbashkëta. Të punuarit në grup i shërben motivimit, çlirimit të energjisë dhe shfrytëzimit maksimal të talenteve individuale. Ai është i rëndësishëm për qëndrimin social dhe për lidhjet e grupeve të ndryshme kulturore, etnike dhe fetare. Në këtë drejtim nxënësi aftësohet:

- për të punuar me të tjerët në grup, në mjedise e kontekste të ndryshme, me synime dhe qëllime të përcaktuara;
- për të përcjellë idetë dhe nevojat brenda grupit, duke respektuar pikëpamjet e ndryshme të anëtarëve të tij;
- për të arritur marrëveshje për planet e veprimt, për të respektuar afatet dhe planet e pranuar;
- për të marrë përsipër përgjegjësitë e rolit si anëtar i grupit ose si drejtues i tij;
- për të ndihmuar të tjerët të ndihen të përfshirë në grup;

- për të motivuar grupin;
- për të pranuar përmirësimin e mëtejshëm të aftësive individuale për të punuar në grup.

Aftësia e qëndrimit etik e social

Përveç njohurive dhe aftësive, shkolla synon të edukojë vlera dhe parime të përgjithshme të pranuar nga shoqëria, të cilat lidhen me mbrojtjen e të drejtave të njeriut, me respektimin dhe me zhvillimin e vlerave kombëtare, me mbrojtjen e mjedisit në të gjithë larminë e tij etj. Në këtë këndvështrim matematika në bashkëpunim me të gjitha fushat e tjera të kurrikulës së gjimnazit ndihmon në aftësimin e nxënësve:

- për të vlerësuar sjelljet, veprimet dhe qëndrimet e tij dhe të të tjerëve nga pikëpamja e të mirës së përbashkët të komunitetit, vendit e më gjerë;
- për të vlerësuar dukuritë, ngjarjet, qëndrimet dhe veprimet e të tjerëve në të shkuarën dhe në të tashmen, nga pikëpamja e dobisë shoqërore për komunitetin, vendin, rajonin dhe më gjerë;
- për të qenë pjesëmarrës aktiv në veprimtaritë dhe në lëvizjet të cilat synojnë përmirësime në shkallë komuniteti, vendi, rajoni dhe më gjerë.

3. LIDHJA E MATEMATIKËS ME FUSHAT E TJERA

Përvojat e para të lidhjes së matematikës me shkencat e tjera, nxënësi i merr në kurrikulën shkollore.

Në bazë të universalitetit, matematika qëndron në raporte të ngushta me një numër të madh disiplinash të tjera. Ajo është një mjet ndihmës i domosdoshëm për shkencat natyrore dhe informatikën. Njëkohësisht, ajo luan një rol të rëndësishëm edhe në shkencat e tjera si gjeografi, histori, psikologji, sociologji, apo edhe në mjekësi.

Rrjedhimisht edhe lidhjet e matematikës me lëndët e tjera në shkollë janë të shumëllojshme.

Matematika u shërben të gjitha lëndëve, herë me koncepte herë me aftësi. Formimi matematik është një mjet i fuqishëm të nxëni. Nxënësi identifikon marrëdhëniet ndërmjet koncepteve matematikore dhe situatave

të përditshme dhe bën lidhje ndërmjet matematikës dhe lëndëve të tjera. Ai fiton aftësi për të përdorur matematikën dhe për të zbatuar konceptet e saj edhe në fushat e tjera kurrikulare. Nëpërmjet trajtimeve matematikore, nxënësit njihen me objekte dhe fakte matematike, të shprehura me fjalë, formula dhe paraqitje grafike, si dhe me një botë të sistemuar në mënyrë deduktive. Ata aftësohen të përpunojnë çështje të fushave të ndryshme dhe të gjykojnë rezultatet në mënyrë racionale. Duke nxënë matematikë, ata ndërgjegjësohen që shumë probleme të kohës sonë zotërojnë një input racionale, që mënyrat matematikore të të vepruarit dhe të të menduarit gjejnë zbatim në shumicën e shkencave, në fusha të ndryshme dhe veçanërisht në jetën e përditshme.

Veçanërisht i ngushtë është bashkëpunimi konstruktiv i matematikës me fizikën në një sërë çështjesh. Trajtime të përbashkëta e lidhin matematikën edhe me biologjinë dhe kiminë. Me lëndën e informatikës, përveç përdorimit të TIK, matematika ka të përbashkët, ndër të tjera, idenë bazë të algoritmit.

Lëndë si historia, gjeografia apo sociologjia kanë në plan të parë diagramet dhe grafikët si dhe metodat statistike. Përpos kësaj, vështrimet në historinë e matematikës apo edhe në biografitë e matematikanëve mund të konsiderohen si pika lidhëse.

Shembujt e sjellë nga arti, arkitektura pasqyrojnë përdorimet e matematikës në konceptimin dhe ndërtimin e veprave të ndryshme të artit.

Projektet ndërlëndore janë një risi në kurrikulën e gjimnazit që mund të përdoret edhe për të konkretizuar lidhjen dhe përdorimin e matematikës nga lëndët e tjera.

4. OBJEKTIVAT E PROGRAMIT DHE ZBËRTHIMI I TYRE NË OBJEKTIVA SPECIFIKE SIPAS NIVELEVE TË ARRITJES TË NXËNËSVE

Objektivat e programit janë *për të gjithë nxënësit*. Kjo do të thotë se të gjithë nxënësve duhet t'u jepet mundësia që të nxënë çka përshkruhet tek objektivat.

4.1. Klasifikimi i objektivave të programit sipas niveleve të taksonomisë së Blumit

Objektivat e një programi mund të klasifikohen sipas niveleve të taksonomisë së Blumit. Nivelet taksonomike vlejné për të kuptuar se çfarë kërkohet nga nxënësit e një klase për një koncept apo shprehje të caktuar. Përshebull nëse objektivi, që ka të bëjë me një koncept të caktuar matematik, i përket nivelit të parë të taksonomisë (të njohurit dhe të kuptuarit) kjo do të thotë që, për të gjithë nxënësit, aq do të pretendohet. Parimi i rimarrjes mundëson, nëse do të jetë e nevojshme, që koncepti në klasat e mëtejshme të rimerret në nivelin e dytë apo të tretë.

Tre nivelet kryesore taksonomike përcaktohen si në vijim:

Niveli i parë (*Të njohurit dhe Të kuptuarit*)

Në përgjithësi ka të bëjë me njohjen e fjalorit dhe koncepteve, rikujtimin dhe riprodhimin pa e lidhur me aftësi tjetër, përsëritjen e rregullave, përkufizimeve dhe shpjegimeve ashtu siç janë dhënë, aftësinë për të daluar në bazë të përkufizimit, aftësinë për të kuptuar një material.

Foljet më të përdorshme në objektivat që i përkasin nivelit të parë janë: përkufizo, dallo, vendos në tabelë, harto një listë, emërto, jep shembuj të tjerë etj.

Niveli i dytë (*Zbatimi dhe Analiza*)

Në përgjithësi ka të bëjë me aftësinë për të përdorur materialin e mësuar në situata të reja dhe konkrete; zbatimin e rregullave, koncepteve, parimeve, ligjeve, formulave etj, aftësinë për ta ndarë materialin në pjesë

përbërëse çka sjell një kuptim më të mirë të strukturës së organizimit të tij.

Foljet më të përdorshme në objektivat që i përkasin nivelit të dytë janë: zbat, shfrytëzo, ndrysho, njehso, klasifiko, provo, përgatit, përdor, etj.

Niveli i tretë (*Vlerësimi dhe Krijimtaria*)

Në përgjithësi ka të bëjë me aftësinë për të gjykuar vlerën e një materiali, vlerën e një ideje, vlerësimin e zgjidhjeve të problemit, argumentimin, aftësinë për të krijuar ose formuar një të tërë duke bashkuar pjesët, gjetjen e zgjidhjeve të reja, hartimin e një plani veprimesh etj.

Foljet më të përdorshme në objektivat që i përkasin nivelit të tretë janë: kombino, harto, përdor, krijo, zgjidh një problemë me disa mënyra, kompoz, jep mendime, përmirëso, organizo, planifiko, risistemo, transmeto, krijo, propoz, modifiko, interpreto, vërteto etj.

Për ilustrim, në tabelën e mëposhtme, disa objektiva nga programi i matematikës bërthamë për klasën e 10 janë klasifikuar sipas 3 niveleve të taksonomisë së Blumit. Mësuesi mund të veprojë në mënyrë të ngjashme, për të klasifikuar objektivat e tjera të programit për klasën e 10, objektivat e programit për klasën e 11 dhe objektivat e programit për klasën e 12.

Klasifikimi i objektivave të programit bërthamë për klasën e 10-të sipas taksonomisë së Blumit

Linja	Nënlinja	Niveli 1 Të njohurit/ Të kuptuarit	Niveli 2 Të aplikuarit/ Të analizuarit	Niveli 3 Vlerësimi / Krijimtaria (Sinteza)
Numri dhe veprimet me numra		Nxënës/i,-ja: - të gjejë prodhimin kartezian të dy bashkësive; - të logaritmojë një shprehje të thjeshtë ku ka eksponencialë, fuqi, herës apo prodhime; - të njihet me disa elemente nga historiku i matematikës që lidhen me përmbajtjen.	Nxënës/i,-ja: - të përdorë në zbatimë marrëdhëniet e ndërsjella ndërmjet bashkësive numerike N, Z, Q, R; -të paraqesë me mënyra të ndryshme një interval numerik; -të përdorë vetitë e fuqive me eksponentë racionalë; - të përdorë vetitë e logaritmeve në situata të thjeshta matematikore;	Nxënës/i,-ja: - të gjykojë për rezultate të përfutuara nga llogaritjet (me dhe pa ndihmën e teknologjisë); - të provojë saktësinë e parashikimit (me dhe pa ndihmën e teknologjisë);
Matja		Nxënës/i,-ja: - të njehsojë largesën ndërmjet dy pikave, gjatësinë e vektorit dhe prodhimin numerik të dy vektorëve, me koordinata të dhëna.	Nxënës/i,-ja: - të përdorë përafrimin në matje (shembuj nga fusha të tjera); -të zbatojë teoremat e Euklidit dhe të Pitagorës; - të zbatojë vetitë e prodhimit numerik të dy vektorëve.	Nxënës/i,-ja: - të zgjidhë situata problemore që kërkojnë përdorimin e njësive të gjatësisë, syprinës, vëllimit, peshës, kohës duke përdorur formulat e mësuara.

<p>Algjebra</p>	<p>Shprehjet shkronjore</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të pjesëtojnë polinomin me një ndryshore me (x-a); - të gjejë fuqinë dhe rrënjën e polinomit;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të bëjë shndërrime të thjeshta të polinomeve (mbledhja, shumëzimi, faktorizimi); -të gjejë vlerat e palejuara të ndryshores në një shprehje algjebrike me një ndryshore; -të shndërrojë formulat kryesore algjebrike;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të modelojë matematikisht dhe të zgjidhë situata problemore, jo të ndërlikuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë, të simuluar dhe nga jeta reale dhe me shembuj nga shkencat e tjera.</p>
	<p>Zgjidhja e ekuacioneve, inekuacioneve, sistemeve</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të zgjidhë ekuacione bikuadrate dhe ekuacione të thjeshta irracionale me një ndryshore me një rrënjë;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: -të veçojë një nga shkronjat në formula të mirëfillta algjebrike dhe në formula nga fusha të tjera (fizikë, kimi etj.); -të zgjidhë ekuacione dhe inekuacione ku ana e majtë është prodhim ose herës dy polinome, kurse ana e djathtë zero; -të përdorë studimin e shenjës së trinomit për të zgjidhur inekuacione me anë të majtë në formë prodhimi apo herësi $[(f(x) \cdot g(x) \geq 0, \int (ax+b) dx]$ ku f(x) dhe g(x) janë binom të fuqisë së parë dhe/ose trinomë të fuqisë së dytë);</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përdorë mënyrën grafike për zgjidhjen e ekuacioneve dhe të inekuacioneve të fuqisë së parë apo të fuqisë së dytë, me një ndryshore;</p>

<p>Funksioni</p>		<p>Nxënës/i,-ja: -të njehsojë vlerat e funksioneve eksponenciale, logaritmike në disa pika standarde; -të gjejë vlerat e funksioneve, eksponenciale, logaritmike në pikat e tjera, duke përdorur tabelat, makinat llogaritëse etj.; -të dallojë progresionin aritmetik dhe progresionin gjeometrik (në vargje të dhëna).</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përdorë mënyra të ndryshme të dhënies së funksioneve lineare, pjesëtimore të zhdrejta, të fuqisë së dytë, si edhe të funksioneve $y=a^x$, $y=\log_a x$, $y=\sqrt{x}$ (me tabela, grafikë, formula), duke kaluar sipas rastit nga një mënyrë e dhënies në një tjetër;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të zgjidhë situata problemore me progresione; - të interpretojë zbatime të funksioneve të mësuara, në fusha të tjera, si: biologjia, fizika etj. -të analizojë një marrëdhënie duke përdorur tabelat, grafikët dhe paraqitjet analitike.</p>
<p>Gjeometria</p>	<p>Gjeometria në plan</p>	<p>Nxënës/i,-ja: -të formulojë rastet e kongruencës dhe ngjashmërisë së trekëndëshave;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përdorë vetitë e trekëndëshit, të katërkëndëshit dhe të gjashtëkëndëshit të rregullt në situata problemore;</p>	<p>Nxënës/i,-ja: -të argumentojë pse dy trekëndësha janë të ngjashëm. -të zgjidhë situata problemore duke përdorur vetitë e figurave gjeometrike (trekëndësh, katërkëndësh, rreth).</p>

	<p>Shndërrimet gjeometrike dhe koordinatat</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përshkruajë kuptimin e pasqyrimin gjeometrik, të izometrisë e të ngjashmërisë; - të shkruajë ekuacionin e drejtëzës në planin kartezian, kur janë dhënë elemente të saj gjeometrike përcaktuese; -të shkruajë ekuacionin e rrethit, kur njihet qendra dhe rrezja e tij.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përdorë kuptimin e ekuacionit të vijës në planin kartezian; -të përdorë në matematikë, në lëndët e përafërta dhe në jetën reale kuptimet bazë të vektorit, të koordinatës dhe të shndërrimit gjeometrik; -të përdorë sistemin koordinativ kartezian në drejtëz dhe në plan për të përcaktuar vendndodhjen dhe zhvendosjen e një pike.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të zgjidhë situata problemore, duke përdorur vetitë e izometrisë; -të zgjidhë probleme të thjeshta gjeometrie duke “i përkthyer” ato në probleme algjebrike, me anë të metodës së koordinatave.</p>
	<p>Trigonometria</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të gjejë sinusin e kosinusin e një këndi të trekëndëshit, me tabela e makina llogaritëse etj; -të formulojë teoremën e sinusit dhe teoremën e kosinusit.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të zbatojë teoremën e sinusit dhe teoremën e kosinusit në situata problemore; - të zbatojë formulat për $\sin(180^\circ - \alpha)$ dhe $\cos(180^\circ - \alpha)$.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të modelojë matematikisht dhe të zgjidhë situata problemore, jo të ndërlikuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë, të simuluar dhe nga jeta reale dhe me shembuj nga shkencat e tjera.</p>

<p>Statis- tikë, probabi- litet dhe matema- tikë dis- krete</p>	<p>Statis- tikë dhe proba- bilitet</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të dallojë ng- jarjet e papaj- tueshme; -të dallojë llojet e ndryshor- eve: cilësore, sasiore (të vazhdueshme, diskrete); -të njehsojë, për rastin e një zgjedhjeje, dendurinë, den- durinë relative, dendurinë e grumbulluar.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të gjejë probabilitetin e bashkimit të dy ngjarjeve në situata me të cilat nxënësit janë të familjari- zuar; - të përdorë karakteristikat e pozicionit (mesatarja arit- metike, mesorja, moda) në situata të thjeshta reale; - të analizojë një informacion statistikor (me të dhëna të njohura për ta) të gat- shëm.</p>	<p>Nxënës/i,-ja: - të përdorë paraqitjet grafike kryesore që përmbled- dhin të dhënat (diagramet me shtylla, histogramin, shumëkëndëshin e shpërndarjes) për të paraq- itur të dhëna të grumbulluara nga jeta reale; - të komentojë përfundimet e nxjerra nga një informa- cion statistikor i thjeshtë, i mbështetur mbi një zgjedhje të rastit.</p>
--	---	--	---	---

4.2 . Zbërthimi i objektivave të programit në objektiva specifike sipas niveleve të arritjes

Është i njohur fakti që në praktikën mësimore një objektiv i programit, qoftë i nivelit të parë, të dytë, apo të tretë, nuk përvetësohet njësoj nga të gjithë nxënësit. Me qëllim që mësuesi të planifikojë detyra të ndryshme për nxënës të ndryshëm, lind nevoja e detajimit të një objektivi të programit në objektiva specifike që u përgjigjen niveleve të arritjes të nxënësve, **nivelit bazë, nivelit mesatar dhe nivelit të lartë**. Janë pikërisht objektivat specifike ato që mundësojnë përshtatjen e detyrave sipas mundësive të nxënësve edhe që lidhen drejtpërdrejt me vlerësimin e nxënësit.

Planifikimi bazuar në objektiva specifike ndikon ndjeshëm edhe në motivimin, vetëbesimin dhe qëndrimin pozitiv të nxënësve ndaj lëndës së matematikës.

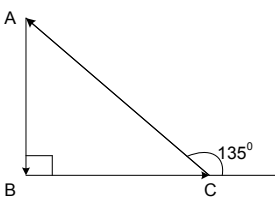
Në vijim janë përzgjedhur objektiva nga programet bërthamë të matematikës për gjimnazin. Objektivi i përzgjedhur, i cili mund të jetë i nivelit të parë , të dytë ose të tretë taksonomik, është detajuar në tre objektiva specifike që u përgjigjen tre niveleve të arritjeve të nxënësve; nivelit bazë, nivelit të mesëm dhe nivelit të lartë.

Herë herë, objektivat specifike janë shoqëruar me shembuj detyrash shumica e të cilëve edhe janë zgjidhur. Shembulli është vendosur nën nivelin të cilit i përket.

KLASA E 10-të

Linja	Objektivi	Objektiva specifike	Niveli i mesëm	Niveli i lartë
		Niveli bazë		
Numri dhe veprimet me numra	Të logaritmojë një shprehje të thjeshtë ku ka eksponencialë, fuqi, herës apo prodhime. (niveli i parë)	Të njehsojë logaritmin e një numri si veprim i anasjelltë i ngritjes në fuqi.	Të njehsojë logaritmin e një shprehjeje numerike të thjeshtë ku ka fuqi herës apo prodhime.	Të njehsojë logaritmin e një shprehjeje të thjeshtë me disa veprime. Shembull: Gjej: $\log_2 \left(\frac{4\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{8}} \right)$
	Të përdorë vetitë e logaritmeve në situatë të thjeshta matematikore. (niveli i dytë)	Të gjejë logaritmin me bazë a të një numri pozitiv b me anë të formulës $\log_a b$ Shembull: Njehso vlerën e shprehjes: a) $\log_6 3 + \log_6 2$ $= \log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$ b) $2 \log_5 10 - \log_5 4 = \log_5 10^2 - \log_5 \frac{100}{4} = \log_5 25 = 2$	Të njehsojë vlerën e një shprehjeje logaritmike numerike që përmban fuqi, herës apo prodhim duke zbatuar vetitë e log.	Të zbatojë vetitë e log në një shprehje logaritmike shkronjore.

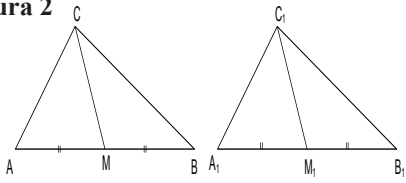
<p>Të përdorë vetitë e logaritmeve në situatë të thjeshta matematikore.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të gjejë logaritmin me bazë a të një numri pozitiv b me anë të formulës</p> $\log_a b$ <p>Shembull:</p> <p>Njehso vlerën e shprehjes:</p> <p>a) $\log_6 3 + \log_6 2$</p> <p>b) $\log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$</p> <p>$2 \log_5 10 - \log_5 4 = \log_5 10^2 - \log_5 4 =$ $\log_5 \frac{100}{4} = \log_5 25 = 2$</p>	<p>Të njehsojë vlerën e një shprehje logaritmike numerike që përmban fuqi,</p> <p>herës apo prodhim duke zbatuar vetitë e log.</p>	<p>Të zbatojë vetitë e log në një shprehje logaritmike shkronjore.</p>
<p>Të njehsojë largesën ndërmjet dy pikave, gjatësinë e vektorit dhe prodhimin numerik të dy vektorëve, me koordinata të dhëna.</p> <p>(niveli i parë)</p>	<p>Të njehsojë largesën midis dy pikave me koordinata të dhëna.</p>	<p>Të njehsojë gjatësinë e vektorit me koordinata të dhëna.</p>	<p>Të njehsojë prodhimin numerik të dy vektorëve me koordinata të dhëna (përfshirë dhe pinqultin).</p> <p>Shembull:</p> <p>Jepen vektorët:</p> $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Gjeni $\vec{a} \cdot \vec{b}$.</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 = -6 + 6 = 0$ <p>Pra $\vec{a} \perp \vec{b}$</p>

<p>Të gjejë funksionet trigonometrikë të një këndi kur njihet njëri prej tyre.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të gjejë sinusin e një këndi kur njihet kosinusi e tij dhe anasjelltas (zbatimi i formulës themelore të trigonometrisë).</p> <p>Shembull:</p> $\sin x = \frac{3}{5} . \text{ Gjej } \cos x \text{ në qoftë se } x \text{ është kënd i kuadrantit të par}$ $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}}$ $\cos x = \frac{4}{5}$	<p>Të gjejë tangjentin e një këndi kur njihet sinusin ose kosinusi e tij.</p>	<p>Të gjejë funksionet trigonometrike sinus, cosinus, tangjent të një këndi të shprehur në gradë dhe radian.</p>
<p>Të zbatojë vetitë e prodhimit numerik të dy vektorëve.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të zbatojë në raste të thjeshta formulat që paraqesin vetitë e prodhimit numerik të dy vektorëve.</p>	<p>Të shndërron shprehjet me vektorë duke zbatuar vetitë e prodhimit numerik të tyre.</p>	<p>Të llogarisë vlerën e shprehjeve me vektorë në situata të ndryshme.</p> <p>Shembull:</p> <p>Jepet trekëndëshi kënddrejtë dybrinjëshëm ABC, ku:</p> <p>Figura 1</p>  <p>[AB]=[BC]=3cm Gjeni vlerën e shprehjes</p> $(2\overline{AB} - 3\overline{CA})(\overline{BC} + 2\overline{CA})$ <p>Zgjidhje:</p> $(2\overline{AB} - 3\overline{CA})(\overline{BC} + 2\overline{CA}) =$ $2\overline{AB} \cdot \overline{BC} + 4\overline{AB} \cdot \overline{CA} - 3\overline{CA} \cdot \overline{BC} - 6\overline{CA}^2 =$ $4 \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \cos(135^\circ) - 3 \overline{CA} \overline{BC} \cdot \cos(135^\circ) - 6 \overline{CA} ^2 =$ $-4 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 6 \cdot (3\sqrt{2})^2 =$ $-36 + 27 - 108 = -117$

<p>Al- gje- bra</p>	<p>Të gjejë fuqinë dhe rrënjën e polinomit.</p>	<p>Të tregojë nëse numri $x=a$ është ose jo rrënjë e polinomit të fuqisë së parë e të dytë.</p>	<p>Të gjejë rrënjën e një polinomi të dhënë të fuqisë së parë dhe të dytë.</p>	<p>Të gjejë fuqinë dhe rrënjën e një polinomi të fuqisë së parë e të dytë, të përbërë nga shprehje të pareduktuara.</p>
	<p>(niveli i parë)</p>			
	<p>Të kryejë shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat e thjeshta algjebrike.</p>	<p>Të kryejë shndërrime të shprehjeve të cilat përmblajnë formën standarde të formulave kryesore të algjebres.</p> <p>Shembull:</p> <p>Shndërro:</p> $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $(x-3y)^3 = x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$ $(2x-4)(4+2x) = 4x^2 - 16$	<p>Të kryejë shndërrime të shprehjeve të përbëra nga një shumë monomesh</p> <p>me anë të formulave kryesore të algjebres.</p>	<p>Të kryejë shndërrime të shprehjeve të përbëra nga një shumë monomesh, duke përdorur dhe faktorizimin me anë të formulave kryesore të algjebres.</p> <p>Shembull :</p> <p>a) Shndërro shprehjen:</p> $(3-x)(3+x) - (2+x)^2$ <p>b) Faktorizo shprehjen:</p> $12xy - 9x^2 - 4y^2 + 3x - 2y$
	<p>(niveli i dytë)</p>			

<p>Të zgjidhë me mënyra të ndryshme ekuacione eksponenciale të thjeshta, të trajtës $a^u = a^v$ apo që sillen në këtë trajtë duke përdorur vetitë kryesore të fuqive.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të zgjidhë ekuacionet e trajtës $a^x = a^y$</p>	<p>Të zgjidhë ekuacione të trajtës $a^x = b$</p>	<p>Të zgjidhë ekuacione të trajtës $a^{f(x)} = b$, ku $f(x)$ është një polinom i fuqisë së parë.</p> <p>Shembull: Zgjidh ekuacionin: $2^{3x-4} = 16$</p> <p>Zgjidhje</p> $2^{3x-4} = 16$ $2^{3x-4} = 2^4 \Rightarrow 3x - 4 = 4 \Rightarrow 3x = 8$ $x = \frac{8}{3}$
<p>Të përdorë mënyrën grafike për zgjidhjen e ekuacioneve dhe inekuacioneve të fuqisë së parë dhe të dytë me një ndryshore.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të ndërtojë grafikun $y=f(x)$, ku $f(x)$ është funksion thyesor që mund të thjeshtohet.</p> <p>Shembull: Ndërto grafikun e funksionit</p> $y = \frac{(x-2)^2}{x-2}$	<p>Të gjejë me anë të grafikut zgjidhjet e ekuacioneve dhe të inekuacioneve të fuqisë së parë dhe të dytë me një ndryshore.</p>	<p>Të analizojë zgjidhjen duke:</p> <ol style="list-style-type: none"> provuar që pika e gjetur është zgjidhje; treguar pika që s'janë zgjidhje.

<p>Të përshkruajë kuptimin e vargut si funksion numerik me bashkësi përcaktimi N. (niveli i parë)</p>	<p>Të gjejë bashkësinë e përcaktimit në një varg të dhënë.</p>	<p>Të shkruajë vargun sipas një rregulli të caktuar.</p>	<p>Të paraqesë vargun grafikisht si funksion numerik.</p>
<p>Të analizojë një marrëdhënie duke përdorur tabelat, grafikët dhe paraqitjet analitike. (niveli i tretë)</p>	<p>Të tregojë nëse marrëdhënia e paraqitur me tabelë paraqet ose jo funksion.</p>	<p>Të tregojë nëse marrëdhënia e paraqitur me mënyrën grafike paraqet ose jo funksion.</p>	<p>Të tregojë nëse marrëdhënia e paraqitur me mënyrën analitike paraqet ose jo funksion;</p> <p>Shembull: Tregoni se, cili nga relacionet e mëposhtme paraqet funksion të $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> $y = 3x + 4$ $y = 2x - x^2$ $y = \frac{3}{x}$ <p>Zgjidhje: Dy rastet e para paraqesin funksion sepse për çdo x real gjej një vlerë reale për y.</p> $y = \frac{3}{x}$ <p>x nuk paraqet funksion të $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sepse për $x=0$ nuk ekziston asnjë vlerë reale e y-it.</p>

<p>Gjeometria</p> <p>Nënlinja: Gjeometria në plan</p>	<p>Të argumentojë pse dy trekëndësha janë kongruentë.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të argumentojë rastin e kongruencës së dy trekëndëshave me elementë të dhënë.</p>	<p>Të tregojë dhe kongruencën e elementëve të tjerë të trekëndëshit pasi ka provuar kongruencën e trekëndëshave.</p> <p>Të argumentojë rastin e kongruencës së dy trekëndëshave në të cilët njëri nga elementët kongruentë duhet gjetur.</p> <p>Shembull:</p> <p>Në trekëndëshat ABC dhe $A_1B_1C_1$ kemi :</p> <p>$AC \equiv A_1C_1$ dhe $AB \equiv A_1B_1$. Mesoret CM dhe C_1M_1 janë kongruente: vërtetoni se $\Delta ABC \equiv \Delta A_1B_1C_1$</p> <p>figura 2</p>  <p>Zgjidhje:</p> <p>Krahasojmë trekëndëshat AMC dhe $A_1M_1C_1$</p> <p>$\Delta AMC \equiv \Delta A_1M_1C_1$ sepse:</p> <p>$AC \equiv A_1C_1$ (nga kushti)</p> <p>$CM \equiv C_1M_1$ (nga kushti)</p> <p>$AM \equiv A_1M_1$ (sepse $AB \equiv A_1B_1$ dhe M me M_1 janë përkatësisht meset e tyre)</p> <p>Nga kongruenca e trekëndëshave rrjedh se dhe elementët e tjerë të tyre janë kongruentë.</p> <p>Pra këndi $A \equiv$ këndi A_1</p> <p>$\Delta ABC \equiv \Delta A_1B_1C_1$ sepse:</p> <p>$AC \equiv A_1C_1$ (nga kushti)</p> <p>$AB \equiv A_1B_1$ (nga kushti)</p> <p>këndi $A \equiv$ këndi A_1 (nga më lart)</p>
---	--	--	---

<p>Nënlinja: Shndërrimet gjeometrike dhe koordinatat</p>	<p>Të përdorë kuptimin e ekuacionit të vijës në planin kartezian. (niveli i dytë)</p>	<p>Të tregojë nëse pika me koordinata $M(x; y)$ ndodhet në vijën me ekuacion të dhënë.</p>	<p>Të gjejë disa pika që ndodhen në vijë dhe disa të tjera që nuk ndodhen në vijën me ekuacion të dhënë.</p>	<p>Të tregojë ekuacionin e vijës duke zbatuar ligjësinë e pikave të vijës. Shembull: Të gjendet ekuacioni i vijës sipas të cilës lëviz pika $M(x; y)$ e baraslarguar nga pikat $A(-1; 2)$ dhe $B(3; 5)$. Zgjidhje: Sipas të dhënave kemi $[AM] \equiv [BM]$. Duke zbatuar formulën për distancën midis dy pikave kemi: $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$$8x + 6y - 29 = 0$</p>
<p>Të gjejë pikëprerjen e dy drejtëzave kur jepen ekuacionet e tyre. (niveli i dytë)</p>	<p>Të formojë sistemin e ekuacioneve që shërben për të gjetur pikëprerjen e dy drejtëzave të dhëna. Shembull: Jepen drejtëzat me ekuacione: $d_1 : 2x - y + 3 = 0$ $d_2 : x + 2y - 11 = 0$ Gjej pikëprerjen e tyre. Zgjidhje: Pikëprerja është zgjidhja e sistemit të ekuacioneve: $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 2y - 11 = 0 \end{cases}$</p>	<p>Të zgjidhë sistemin që shërben për të gjetur pikëprerjen e dy drejtëzave të dhëna. Shembull: $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 2y - 11 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y + 6 = 0 \\ x + 2y - 11 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow 5x = 5 \Leftrightarrow x = 1$ $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 + 3 \Rightarrow y = 5$ Pikëprerja e dy drejtëzave është pika $A(1; 5)$.</p>	<p>Të provojë se pika e gjetur nga zgjidhja e sistemit është njëkohësisht pikë e dy drejtëzave të dhëna.</p>	

Të zbatojë teoremën e sinusit dhe të kosinuit në situata problemore. (niveli i dytë)

Të zbatojë teoremat e sinusit dhe kosinuit në trekëndëshin çfarëdo me elemente të dhëna. **Shembull:**

Gjej R nëse $a=2$ dhe $\alpha=45^\circ$

Të zgjidhë trekëndëshin në rast se njëh tre elementë të tij të kombinuar në mënyra të ndryshme.

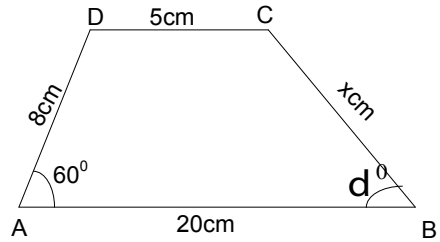
Shembull:

Zgjidh trekëndëshin n.q.s jepen: $\alpha=30^\circ$ $\beta=45^\circ$ dhe $a=5\text{cm}$

Të zgjidhë me anën e teoremave të sinusit dhe kosinuit situata të ndryshme problemore me përdorime të ndërthurura të tyre. **Shembull:**

Gjej x dhe δ në figurën e mëposhtme:

figura 3.a

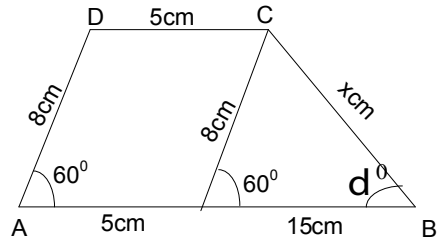


Zgjidhje

Heqim $CE \parallel AD$

Formohet paralelogrami AECD
 $\angle BEC = 60^\circ$

Figura 3b



Në $\triangle ECB$ zbatojmë teoremën e kosinuit

$$x^2 = EC^2 + EB^2 - 2 \cdot EC \cdot EB \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 64 + 225 - 2 \cdot 8 \cdot 15 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 169 \Rightarrow x = 13$$

Në po këtë trekëndësh zbatojmë teoremën e sinusit:

$$\frac{EC}{\sin \delta} = \frac{BC}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{8}{\sin \delta} = \frac{13}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin \delta = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{13} \Rightarrow \sin \delta = \frac{4\sqrt{3}}{13}$$

<p>Të zgjidhë situata problemore, duke përdorur vetitë e izometrisë.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të zbatojë vetinë e ruajtjes së largesave dhe këndeve gjatë një izometrie.</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore kur ka përbërje dy izometrish të njëjta.</p> <p>Shembull:</p> <p>Jepet pika $M(x,y)$ dhe</p> <p>vektorët: $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ dhe</p> $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ <p>a) Dimë që $M \xrightarrow{\vec{a}} M_1$ dhe</p> $M \xrightarrow{\vec{b}} M_2 .$ <p>A ekziston ndonjë zhvendosje paralele me vektor \vec{c} që</p> $M_1 \xrightarrow{\vec{c}} M_2$ <p>b) Dimë që $M \xrightarrow{\vec{a}} M_1$ dhe</p> $M_1 \xrightarrow{\vec{b}} M_2 .$ <p>A ekziston ndonjë zhvendosje paralele me vektor \vec{c} që</p> $M \xrightarrow{\vec{c}} M_2$ <p>Zgjidhje: a) $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$</p> <p>b) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore kur ka përbërje dy izometrish të ndryshme.</p> <p>Shembull:</p> <p>Jepet pika $M(x,y)$ dhe</p> <p>vektori $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$</p> <p>Dimë se $M \xrightarrow{S_{ax}} M_1$ dhe $M_1 \xrightarrow{S_{ax}} M_2$</p> <p>Gjeni koordinatat e pikës shëmbëllim M_2 .</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>Shënojmë $M_1(x_1; y_1)$ dhe $M_2(x_2; y_2)$</p> $\begin{cases} x_1 = x + x_0 \\ y_1 = y + y_0 \end{cases} \text{ dhe}$ $\begin{cases} x_2 = x + x_0 \\ y_2 = -(y + y_0) \end{cases}$
---	---	---	---

<p>Statis- tikë, probabi- litet dhe matema- tikë diskrete</p> <p>Nënlinja: Statis- tikë, probabi- litet dhe matema- tikë diskrete</p>	<p>Të njeh- sojë, për rastin e një zgjed- hjeje, denduri- në, den- durinë relative dhe den- durinë e grumbul- luar.</p> <p>(niveli i parë)</p>	<p>Të grupojë të dhëna nga një studim i caktuar.</p>	<p>Të gjejë lidhjen e tiparit me vlerat e ndryshorit.</p>	<p>Të njehsojë dendurinë, dendurinë rela- tive, dendurinë e grumbulluar.</p>
	<p>Të gjejë probabi- litetin e bashkimit të dy ngjarjeve në situ- ata me të cilat nxënësit janë të familjari- zuar.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të evi- dentojnë ngjarjet e papaj- tueshme ose jo.</p>	<p>Të gjejë probabilitetin e një ngjarje si shumë e probabi- liteteve të ngjarjeve elementare.</p>	<p>Të zbatojë formulat e njehsimit të prob- abilitetit të bashkimit të dy ngjarjeve kur ato janë të papajtueshme ose jo.</p> <p>Shembull:</p> <p>Nga letrat e bixhozit zgjidhet rastësisht njëra. Shqyrtojmë ngjarjet:</p> <p>A : “letra e nxjerrë është zemër” B: “letra e nxjerrë është e zezë” C : “letra e nxjerrë është figurë”</p> <p>Gjeni $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$.</p> <p>Ngjarjet A dhe B janë të papajtueshme (zemrat janë të kuqe). Ngjarjet A dhe C janë të pajtueshme.</p> <p>$n(H)=52$, $n(A)=13$, $n(B)= 26$ $n(C)$</p> <p>$=12$ $n(A \cap C) = 3$ (janë tre figura zemër)</p> <p>$P(A)=\frac{1}{4}$; $P(B)=\frac{1}{2}$ dhe $P(C)=\frac{3}{12}$</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$</p> <p>$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$</p> <p>$P(A \cup C) = \frac{1}{4} + \frac{3}{12} - \frac{3}{52} = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52}$</p> <p>$P(A \cup C) = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$</p>

Të përdorë paraqitjet grafike kryesore që përmbledhin të dhënat (diagramet me shtylla, histogramin, shumëkëndëshin e shpërndarjes) për të paraqitur të dhënat nga jeta reale.

(niveli i tretë)

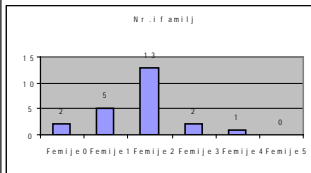
Të paraqesë grafikisht të dhënat e grumbulluara nga një situat

Shembull:

Paraqit grafikisht të dhënat e studimit.

X	0	1	2	3	4	5
Y	2	5	13	2	1	0

X – numri i fëmijëve
Y – numri i familjeve



Të interpretojë të dhënat në një paraqitje grafike me të dhëna nga jeta reale.

Të analizojë paraqitjet e ndryshme grafike në të njëjtën situatë të dhënë nga jeta reale.

KLASA E 11-TË

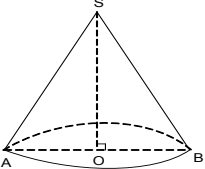
Linja	Objektivi	Objektiva specifike		
		Niveli bazë	Niveli i mesëm	Niveli i lartë
<p>Numri dhe veprimet me numra</p> <p>Nënlinja: Matematika dhe financa e jetës së përditshme</p>	<p>Të përdorë parashikimin dhe llogaritjet me mend, për të gjykuar rezultatin dhe zgjidhjen e problemave që përmbajnë numra realë. (niveli i parë)</p>	<p>Të kryejë veprime me mend nga matematika e jetës së përditshme</p>	<p>Të parashikojë për afërsisht me mend rezultate dhe përfundime të veprimeve nga matematika e jetës së përditshme.</p>	<p>Të zgjidhë me anë të parashikimit situata problemore të operacioneve financiare nga jeta e përditshme.</p>

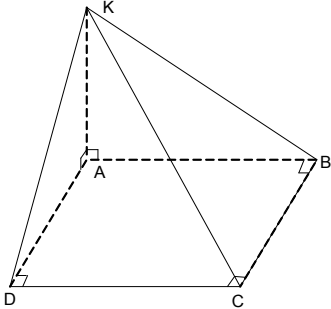
<p>Të përdorë njohuri fillestare për interesin e thjeshtë dhe të përbërë (përfshirë formulën). (niveli i dytë)</p>	<p>Të dallojë konceptin e interesit të thjeshtë nga interesi i përbërë.</p>	<p>Të njehsojë interesin e thjeshtë dhe atë të përbërë si zbatim direkt i formulës.</p>	<p>Të arsyetojë rreth normës së fitimit nisur nga interesi i tij.</p>
<p>Të planifikojë (duke përdorur arsyetimin dhe veprimet me numra) buxhetin me kosto më të ulët për veprimtari të jetës së përditshme (p.sh.: kryerjen e një udhëtimi duke marrë parasysh faktorë të ndryshëm, si: mjeti, gjatësia e rrugës etj.) .(niveli i tretë)</p>	<p>Të planifikojë një plan veprimi që duhet të zbatohet për një veprimtari të jetës së përditshme.</p>	<p>Të llogarisë koston e planifikimeve të kryera për veprimtarinë e planifikuar.</p>	<p>Të planifikojë buxhetin me kosto sa më të ulët për veprimtarinë e planifikuar.</p>

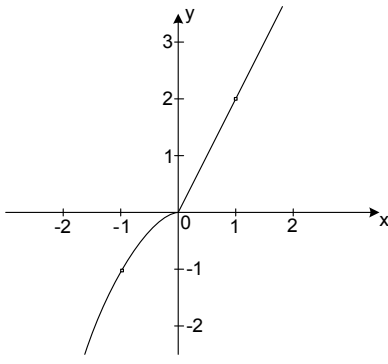
<p>Matja</p> <p>Nën-linja: Matja me formula</p>	<p>Të dallojë këndin dhe harkun trigonometrik në rrethin trigonometrik.</p> <p>(niveli i parë)</p>	<p>Të identifikojë kuadrantin për kënde trigonometrikë të dhënë.</p>	<p>Të gjejë masën e këndit dhe harkut të dhënë në rrethin trigonometrik.</p>	<p>Të vizatojë këndin dhe harkun e dhënë në rrethin trigonometrik.</p>
	<p>Të përdorë formulat trigonometrike për këndet me shumë ose ndryshesë 90°, dhe me shumë 180°.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të dallojë në rrethin trigonometrik këndet me shumë ose ndryshesë 90°.</p>	<p>Të zbatojë formulat trigonometrike për cos dhe sin e këndeve me shumë dhe ndryshesë 90° dhe 180°.</p>	<p>Të zbatojë formulat në shprehje të tilla, si:</p> <p>$\text{Cos}(90^\circ - x) + \text{sin}(180^\circ - x)$</p>
	<p>Të përdorë formulat trigonometrike për të reduktuar llogaritjen e sin, cos, tg dhe cotg në gjetjen e sin, cos, tg, cotg të këndit të ngushtë.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të shprehë këndet trigonometrike si kënde me shumë a diferencë të periodës me një kënd $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.</p>	<p>Të zbatojë formulat trigonometrike për të reduktuar llogaritjen e funksioneve trigonometrike të këndeve $90^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ në gjetjen e funksioneve trigonometrike të këndeve të kuadrantit të parë.</p>	<p>Të kombinojë formulat trigonometrike për reduktimin e funksionit trigonometrik të një këndi $90^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ në funksion trigonometrik të këndeve të kuadrantit të parë.</p> <p>Shembull: Gjeni $\text{sin}(270^\circ + x)$ ku $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$. $\text{sin}(270^\circ + x) = \text{sin}[180^\circ + (90^\circ + x)] = -\text{sin}(90^\circ + x) = -\text{cos}x$</p>

<p>Të zbatojë teoremën e sinusit dhe cosinusit për gjetjen e elementit të kërkuar në një trekëndësh.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të gjejë elementin e kërkuar të trekëndëshit si zbatim direkt i barazimeve të teoremës së sinusit ose kosinusit.</p>	<p>Të zgjidhë trekëndëshin kur njohin tre elementë të tij ku të paktën një është brinjë.</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore të trekëndëshit me anë të teoremave të sinusit dhe kosinusit.</p> <p>Shembull:</p> <p>Në një trekëndësh ABC, jepen: $m(A)=60^\circ$; $AB = 10$ cm dhe $AC = 12$ cm</p> <p>Gjeni:</p> <p>a) Brinjën e tretë. b) Syprinën e trekëndëshit dhe lartësinë mbi brinjën BC. c) Rrezet e rrathëve të brensdashkruar dhe jashtëshkruar të trekëndëshit.</p> <p>Zgjidhje :</p> <p>a) $a = ?$ $c = 10$ cm; $b = 12$ cm ; $\alpha = 60^\circ$</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ = 144 + 100 - 2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 0,5 = 124$ $a = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}$ <p>b) $S = \frac{1}{2} bc \sin 60^\circ =$</p> $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$ $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 30 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{31}} = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$ <p>c)</p> $R = \frac{abc}{4S} = \frac{10 \cdot 12 \cdot 2\sqrt{31}}{4 \cdot 30 \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{31}}{\sqrt{3}}$ $r = \frac{S}{P} = \frac{30\sqrt{3}}{11 + \sqrt{31}}$
--	---	--	--

<p>Gjeometria</p> <p>Nënlinja: Gjeometria në plan.</p>	<p>Të njehsojë, në koordinata, largesën ndërmjet dy pikave, si dhe largesën e pikës nga drejtëza në plan.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të njehsojë, me formulë, largesën midis dy pikave kur njeh koordinatat e tyre.</p>	<p>Të njehsojë, me formulë, largesën e pikës nga drejtëza.</p>	<p>Të njehsojë me formula në situata të ndryshme problemore që kërkojnë zgjidhjen e figurave plane.</p>
	<p>Të shkruajë ekuacionin e drejtëzës që kalon nga një pikë dhe është paralel ose pingul me drejtëzën $ax+by+c=0$.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika $M_0(x_0,y_0)$ e dhënë dhe është paralel me drejtëzën $ax+by+c=0$.</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika $M_0(x_0,y_0)$ e dhënë dhe është pingule me drejtëzën $ax+by+c=0$.</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika $M_0(x_0,y_0)$ jo e dhënë dhe është paralele me drejtëzën $ax+by+c=0$.</p> <p>Shembull:</p> <p>Ekuacionet e brinjëve të një trekëndëshi janë: (AB): $3x+4y-7=0$, (BC): $2x-3y+1=0$, (AC): $x+7y+9=0$. Gjeni ekuacionet e lartësive të trekëndëshit.</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>Veprojmë për një rënë lartësi dhe njësor gjenden dhe dy të tjerat.</p> <p>Gjejmë koordinatat e pikës A duke zgjidhur sistemin:</p> $\begin{cases} 3x + 4y - 7 = 0 \\ x + 7y + 9 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 4y - 7 = 0 \\ x + 7y + 9 = 0 \end{cases}$ <p>A(5; -2)</p> <p>Ekuacioni i lartësisë së hequr nga A pingul me BC është : $3x + 2y + c = 0$</p> $\Rightarrow 3 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) + c = 0$ $\Rightarrow c = -11$ $\Rightarrow \text{ekuacioni i lartësisë : } 3x + 2y - 11 = 0$

<p>Nënlinja: Gjeometria në hapësirë</p>	<p>Të përcaktojnë prerjen e drejtë të dyfaqëshit.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të vizatojnë prerjen e drejtë të një dyfaqëshi nga pika të ndryshme të brinjës së tij.</p>	<p>Të përcaktojnë një kënd dyfaqësh kur njeh prerjen e drejtë të dyfaqëshit.</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore me përdorimin e prerjes së drejtë të dyfaqëshit.</p> <p>Shembull:</p> <p>Skajet e një segmenti [AB] ndodhen në dy plane pingulë. Drejtëzat pingule (AA₁) dhe (BB₁) mbi ndërprerjen e dy planeve e presin atë në pikat A₁ dhe B₁. Në qoftë se AA₁=3; BB₁=4 dhe A₁B₁=12, njehsoni gjatësinë e segmentit [AB].</p>
<p>Të përcaktojnë trupat e rrumbullakët (cilindri, koni, sfera); mënyrën e përfutimit të tyre; elementet.</p> <p>(niveli i tretë)</p> <p>Koni</p>	<p>Të tregojë dy mënyra të ndryshme të përfutimit të konit të drejtë rrethor.</p>	<p>Të gjejë elementët e konit të drejtë rrethor në bazë të të dhënave (zbartime të thjeshta).</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore për gjetjen e elementëve të konit të drejtë rrethor me anë të funksioneve trigonometrike të këndit që formon përfutjesja me bazën ose këndit të prerjes boshtore të konit.</p> <p>Shembull:</p> <p>Është dhënë sektori qarkor me rreze 3dm dhe me kënd 120°. Ky sektor “mblidhet” në një kon rrethor të drejtë. Gjeni rrezen e bazës dhe lartësinë e konit.</p>	 <p>Figura 4</p> <p>Zgjidhje: $l = \frac{2pr}{360^\circ} \cdot 120^\circ = \frac{2p \cdot r}{3} = 2rdm$</p> <p>P = l dhe P = 2πR, pra 2p = 2πR sjell R = 1 dm</p> <p>Në trekëndëshin kënddrejtë AOS kemi: SO²=SA²-AO²=9-1=8 SO=√8=2√2</p>

<p>Të zbatojë teoremën e tri pinguleve.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të tregojë elementët që lidh teorema e tre pinguleve.</p>	<p>Të zbatojë teoremën e tre pinguleve në situata të dhëna me figurë.</p> <p>Shembull:Nëpër kulmin A të drejtkëndëshit ABCD është ndërtuar segmenti AK pingul ndaj planit të tij. Skaji K i pingules ka nga kulmet e tjerë të drejtkëndëshit largesa 6cm, 7cm, 9cm. Gjeni gjatësinë AK të pingules.</p> <p>Figura 5</p>  <p>Zgjidhje:</p> <p>Të dhënat: ABCD – drejtkëndësh $KD=7\text{cm}$ $KC=9\text{cm}$ dhe $KB=6\text{cm}$ Gjeni AK</p> $\left\{ \begin{array}{l} AK \perp (ABCD) \\ AB \perp BC \\ BC \subset (ABCD) \end{array} \right.$ <p>sjell që $AK \perp BC$</p> <p>Në trekëndëshin kënddrejtë KBC kemi: $BC^2=KC^2-KB^2=81-36=45$</p> <p>Në trekëndëshin kënddrejtë KAD kemi:</p> $\{AK \perp (ABCD)\} \rightarrow AK \perp AD$ <p>$KA^2=KD^2 - DA^2=49-45=4$ sjell: $KA=2$</p>	<p>Të zbatojë teoremën e tre pinguleve në situata problemore.</p>
---	--	--	---

<p>Algebra, funksioni dhe njehsimi diferencial dhe integral</p> <p>Nënlinja: Funksioni dhe limiti</p>	<p>Të interpretojë grafikisht vetitë themelore të funksionit numerik.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të ndërtojë grafikët e funksioneve të thjeshtë numerikë.</p>	<p>Të interpretojë grafikisht veti të funksioneve të thjeshtë numerikë të dhënë vetëm me një formulë.</p> <p>Shembull:</p> <p>Për funksionin: $y = 3x^2 - 4$ me fillim \mathbb{R}^+ dhe mbarim $[-4; +\infty[$</p> <p>a) ndërto grafikun;</p> <p>b) trego që është bijekcion për x jo negativë.</p>	<p>Të interpretojë grafikisht veti të funksioneve numerikë të dhënë me më shumë se një formulë.</p> <p>Shembull:</p> <p>Për funksionin:</p> $y = \begin{cases} 2x & \text{për } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{për } x < 0 \end{cases}$ <p>me fillim në \mathbb{R} dhe mbarim në \mathbb{R}</p> <p>a) Ndërtoni grafikun.</p> <p>b) Tregoni që është bijekcion.</p> <p>c) Ndërtoni grafikun e funksionit të anasjelltë.</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>a)</p> <p>Figura 6</p>													
			<div style="text-align: center;">  </div> <p>b)</p> <table border="1" data-bbox="667 1419 1083 1583"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-9</td> <td>-4</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	x	-3	-2	-1	0	1	2	y	-9	-4	-1	0	2	4
x	-3	-2	-1	0	1	2											
y	-9	-4	-1	0	2	4											

Funksioni i dhënë është bijeksion pasi:

- çdo drejtëz paralele me Ox e pret grafikun në një pikë të vetme, pra është syrjeksion.
- çdo drejtëz paralele me Oy e pret grafikun në një pikë të vetme, pra është injeksion.

Ndërtojmë grafikun e funksionit të anasjelltë (meqenëse është bijeksion ka funksion të anasjelltë).

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{për } x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & \text{për } x < 0 \end{cases}$$

me fillim në R dhe mbarim në R

figura 7

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	0	0,5	1

<p>Të dallojë vetitë e një funksioni numerik, duke u nisur nga paraqitja grafike.</p> <p>(niveli i parë)</p>	<p>Të gjejë bashkësinë e përcaktimit dhe të vlerave të funksionit nisur nga grafiku i tij.</p>	<p>Të tregojë veti të funksionit nisur nga grafiku i tij.</p>	<p>Të zbulojë ligjësinë e funksionit numerik të dhënë grafikisht.</p>
<p>Të krahasojë me mënyra algjebrike dhe grafike dy funksione të thjeshta të njohura.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të gjejë ndryshesën e dy funksioneve të dhënë me formulë.</p>	<p>Të krahasojë dy funksione të thjeshta të dhëna grafikisht.</p>	<p>Të krahasojë grafikisht dy funksione të dhënë me formulë.</p> <p>Shembull:</p> <p>Të krahasohen grafikisht funksionet:</p> <p>a) $f: y = \log_2 x$ dhe $y = 2 - x$;</p> <p>b) $f: y = x^2$ dhe $y = 2^x$</p>

<p>Të gjejë përbërjen e 2 funksioneve elementare të dhëna me formulë.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të gjejë përbërjen e dy funksioneve elementare të dhënë me formulë.</p>	<p>Të gjejë bashkësinë e përcaktimit të përbërjes së dy funksioneve.</p>	<p>Të ndërtojë grafikun e përbërjes së dy funksioneve.</p>
<p>Të përdorë grafikun e një funksioni f, për të ndërtuar grafikët e funksioneve : -f, f , y=f(x-m) y=f(x)+n</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të ndërtojë grafikun e funksionit -f(x) dhe nga grafiku i dhënë i funksionit f(x).</p>	<p>Të ndërtojë grafikun e funksionit y = f(x-m) dhe y = f(x)+n nga grafiku i dhënë i funksionit f(x).</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore me anë të paraqitjes grafike të funksionit</p>
<p>Të gjejë limitin e formave të pacaktuara (raste të thjeshta).</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të përcaktojë formën e pacaktuar që paraqet një limit i dhënë.</p>	<p>Të gjejë limitin e raportit të polinomeve për të shmangur formën e pacaktuar</p> $\left(\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}\right).$	<p>Të gjejë limitin e një funksioni për të shmangur formën e pacaktuar.</p> <p>Shembull: Të gjendet limiti:</p> $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ <p>Zgjidhje:</p>
			$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} =$ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x} - 3) \cdot (\sqrt{x} + 3)}{(x - 9) \cdot (\sqrt{x} + 3)} =$ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x - 9)}{(x - 9) \cdot (\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{3 + 3} = \frac{1}{6}$

<p>Të zbatojë rregullat (të pranuar pa vërtetim) e kalimit në limit në raste të thjeshta (limiti i shumës, prodhimit, herësit të dy funksioneve që kanë limit).</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të gjejë limitin e polinomeve dhe thyesave racionale në një pikë si zbatim direkt i rregullave për limitin e shumës, herësit, prodhimit.</p>	<p>Të gjejë limitin në $\pm\infty$ të shumës, prodhimit apo herësit të funksioneve që kanë limit në $\pm\infty$.</p>	<p>Të zbatojë limitet e veçanta në gjetjen e limitit të shumës, prodhimit apo herësit të funksioneve.</p> <p>Shembull:Gjeni limitin e mëposhtëm:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + g} \cdot 2x$ <p>Zgjidhje:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + g} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(1 + \frac{\sin x}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{g}{x}\right)} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{g}{x}} \right) = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3}$	
<p>Statistikë, kombinatorikë, probabilitet</p>	<p>Të njehsojë probabilitetin e një ngjarjeje (e sigurt, e pamundur, e kundërt) e një ngjarje të marrë nga situata reale.</p> <p>(niveli i parë)</p>	<p>Të dallojë ngjarjen e sigurt, e pamundur ose të kundërt të një ngjarje të dhënë.</p>	<p>Të gjejë probabilitetin e një ngjarje me anë të formulës.</p>	<p>Të njehsojë probabilitetin e një ngjarjeje të sigurt, të pamundur, të kundërt në një situatë reale.</p>
	<p>Të përdorë formulën e probabilitetit të bashkimit të dy ngjarjeve në situata të marra nga jeta reale.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të njehsojë probabilitetin e bashkimit të dy ngjarjeve të papajtueshme.</p>	<p>Të njehsojë probabilitetin e dy ngjarjeve që kanë rezultate të përbashkëta.</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore me ndihmën e formulës së probabilitetit të bashkimit të dy ngjarjeve.</p> <p>Shembull:</p> <p>Në një klasë të përbërë nga 20 vajza dhe 15 djem zgjidhen dy nxënës. Sa është probabiliteti i ngjarjes që nxënësit e zgjedhur janë dy djem ose dy vajza.</p> <p>Zgjidhje: Janë ngjarje të papajtueshme.</p> $n(A) = C_{20}^2 + C_{15}^2$ <p style="text-align: right;">kurse</p> $n(A) = C_{20}^2 + C_{15}^2$
	$P(A) = \frac{n(A)}{n(H)} = \frac{C_{20}^2 + C_{15}^2}{C_{35}^2} =$ $\frac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} + \frac{15 \cdot 14}{2 \cdot 1} = \frac{190 + 105}{35 \cdot 34} = \frac{295}{595} = 0,49$			

<p>Të përdorë pemën si metodë për të ilustruar parimin e shumëzimit dhe të mbledhjes.</p> <p>(niveli i dytë)</p> <p>Të llogarisë numrin e dispozicioneve (përfshirë përkëmbimet) me k-elemente nga bashkësia me n-elemente.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të ndërtojë pemën për të gjetur rezultatet e mundshme të provës.</p>	<p>Të përdorë pemën si ilustrim të parimit të shumëzimit për llogaritjen e rezultateve të mundshme të provës me dy eksperimente.</p>	<p>Të përdorë pemën si ilustrim të parimit të shumëzimit për llogaritjen e rezultateve të mundshme të provës me mbi dy eksperimente.</p>
	<p>Të dallojë përkëmbimet nga dispozicionet.</p>	<p>Të zbatojë formulën për llogaritjen e D_n^k në situata të thjeshta.</p> <p>Shembull:</p> <p>Sa numra treshifrorë formohen me shifrat {2, 3, 4, 5} pa i përsëritur shifrat. Po numra katërshifrorë?</p>	<p>Të kryejë veprime të thjeshta me D_n^k dhe P_n^k.</p> <p>Shembull:</p> <p>Vërtetoni se</p> $D_6^4 = 6D_5^3 ;$ $D_n^3 = nD_{n-1}^2$

KLASA E 12-TË

Disa nga objektivat e programit të matematikës bërthamë të klasës së 12-të, të niveleve të ndryshme të taksonomisë së Blumit, janë zbrëthyer në objektiva të aritjes së nxënësve dhe shoqëruar me shembuj përkatës.

Linja	Objektivi	Objektiva specifike		
		Niveli bazë	Niveli i mesëm	Niveli i lartë
<p>Gjeometria</p> <p>Nënlinja: Vijat e gradës së dytë</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin kanonik të rrethit me qendër (a,b) dhe rreze të dhënë r.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e rrethit kur njihen koordinatat e qendrës dhe rrezja e rrethit.</p>	<p>Të gjejë koordinatat e qendrës dhe rrezën e rrethit kur njihet ekuacioni i përgjithshëm i rrethit.</p>	<p>Të zgjidhë situata të ndryshme problemore për ekuacionin e rrethit.</p> <p>Shembull:</p> <p>Shkruani ekuacionin e rrethit me rreze 2 cm dhe bashkëqendror me rrethin $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>Gjejmë në fillim qendrën e rrethit të dhënë:</p> $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9 \Rightarrow Q(2;-1)$ <p>Ekuacioni i rrethit të kërkuar është: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ ose</p> $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$

<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes ndaj rrethit me qendër O (0; 0) në një pikë të tij. (niveli i dytë)</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes së rrethit me ekuacion. $x^2 + y^2 = r^2$ në një pikë M(x; y) të tij.</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes me rrethin $x^2 + y^2 = r^2$ në pikën M(a; y) ose M(x; b) të tij.</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e rrethit me qendër të dhënë dhe tangjent me drejtëzën $a x + b y + c = 0$.</p> <p>Shembull: Gjeni ekuacionin e rrethit tangjent me drejtëzën $x + y - 4 = 0$, në qoftë se ai ka qendër pikën Q(4; 2)</p> <p>Zgjidhje: Ekuacioni i rrethit është i trajtës: $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ Meqenëse rrethi është tangjent me drejtëzën</p> $r = d_{Q \rightarrow d} = \frac{ 4 + 2 + 4 }{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 2$
---	---	---	---

<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes ndaj elipsit me qendër $O(0;0)$ në një pikë të tij. (niveli i dytë)</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes me elipsin</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>në pikën M të tij.</p>	<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes me elipsin</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>kur njih vetëm njërin koordinatë të pikës M të elipsit.</p>	<p>Të gjejë gjendjen e ndërsjellë të drejtëzës me elipsin.</p> <p>Shembull:</p> <p>Gjeni gjendjen e ndërsjellë të elipsit $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ me drejtëzën $x+2y-8=0$.</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>Zgjidhim sistemin</p> $\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ x+2y-8=0 \end{cases}$ \Rightarrow $\begin{cases} \frac{(8+2y)^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ x=8+2y \end{cases}$ <p>E zgjidhim dhe gjejmë</p> $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ <p>\Rightarrow drejtëza është tangjente me elipsin.</p>
--	---	--	--

<p>Të zbatojë kushtin që një drejtëz me ekuacion $y=kx+t$ të jetë tangjente me hiperbolën me qendër në $O(0; 0)$. (niveli i dytë)</p>	<p>Të tregojë nëse drejtëza me ekuacion $y=kx+t$ është tangjente me hiperbolën.</p>	<p>Të gjejë ekuacionin e tangjentës së hiperbolës në një pikë të saj dhe paralele (pingule) me drejtëzën $ax+by+c=0$.</p>	<p>Të zgjidhë situata problemore me ndihmën e kushtit të tangjentës së hiperbolës me drejtëzën.</p> <p>Shembull: Gjeni ekuacionin e drejtëzës që është tangjente e përbashkët me hiperbolat</p> $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ <p style="text-align: right;">dhe</p> $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$ <p>Zgjidhje: Që drejtëza $y=kx+t$ të jetë tangjent me hiperbolën duhet të plotësojë kushtin : $a^2k^2 - b^2 = t^2$</p> $\Rightarrow \begin{cases} 8k^2 - 4 = t^2 \\ 6k^2 - 2 = t^2 \end{cases}$ <p>Pasi e zgjidhim gjejmë $k = \pm 1$ dhe $t = \pm 2$</p> <p>Pra kemi katër drejtëza tangjent me të dy hiperbolat. $y = x + 2$ dhe $y = -x + 2$</p>
--	--	--	---

<p>Njehsimi diferencial e integral</p> <p>Nënlinja: Derivati</p>	<p>Të studiojë vazhdueshmërinë (pa vërtetim) të funksioneve elementare (funksioni konstant, funksioni fuqi, funksioni eksponencial, funksioni logaritmik, funksionet trigonometrike). (niveli i tretë)</p>	<p>Të tregojë nëse funksioni është i vazhdueshëm në një pikë të dhënë.</p>	<p>Të studiojë vazhdueshmërinë e funksionit në pikat e këputjes të mënjantueshme.</p> <p>Shembull. Të studiojë vazhdueshmërinë e funksioneve</p> <p>a)</p> $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ në pikën } x = 1$ <p>Zgjidhje: Funksioni pikën $x=1$ e ka pikë këputje .</p> <p>Meqenëse</p> $\exists \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) =$ <p>pika $x = 1$ është pikë këputje e mënjantueshme. Atëherë përcaktojmë funksionin</p> $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{për } x \neq 1 \\ 2 & \text{për } x = 1 \end{cases},$ <p>i cili është i vazhdueshëm në pikën $x=1$.</p> <p>b) $y = \frac{\sin x}{x}$</p> <p>në pikën $x = 0$</p> <p>Zgjidhje: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$</p> $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{për } x \neq 0 \\ 1 & \text{për } x = 0 \end{cases}$ <p>ky funksion është i vazhduar në pikën $x = 0$.</p>	<p>Të studiojë vazhdueshmërinë e funksionit duke e interpretuar grafikisht atë.</p> <p>Shembull:</p> <p>Për funksionet e mëposhtëm shqyrtoni vazhdueshmërinë në pikën $x=1$ dhe skiconi grafikun .</p> <p>a)</p> $\begin{cases} x^2 - 1 & \text{për } x \leq 1 \\ x^2 + 1 & \text{për } x > 1 \end{cases}$ <p>b)</p> $\begin{cases} x & \text{për } x \leq 1 \\ \ln x + 1 & \text{për } x > 1 \end{cases}$
--	--	--	---	--

<p>Të zbatojë në shembuj të thjeshtë rregullat e derivimit për shumën, ndryshesën, prodhimin, raportin e funksioneve. (niveli i dytë)</p>	<p>Të derivojë shprehje që lidhin funksionet elementarë me anë të veprimit të shumës.</p>	<p>Të derivojë shprehje që lidhin funksionet elementarë me anë të veprimit të shumës dhe të prodhimit. Shembull: Gjeni derivatin e funksionit $y = \sin x + (4x - x^2)(5 - x)$</p>	<p>Të derivojë shprehje që lidhin funksionet elementarë me anë të veprimit të shumës, të prodhimit dhe të raportit. Shembull: Derivoni funksionin: $y = \sin 3x + \frac{h x}{x^2 + 2} - (2x - 3)^3$</p>
<p>Të shkruajë ekuacionin e tangjentes në një pikë të vijës. (niveli i tretë)</p>	<p>Të shkruajë ekuacionet e tangjentes së vijës në një pikë të saj.</p>	<p>Të gjejë pikën e tangjentes së vijës kur njeh këndin që formon ajo me boshtin ox. Shembull: Në cilën pikë tangjentja ndaj parabolës $y = x^2$ formon me boshtin OX këndin 45°</p>	<p>Të zgjidhë situata të ndryshme problemore me njohuritë e ekuacionit të tangjentes. Shembull: Gjeni koeficientin a në mënyrë që vija $y = 3x^2 - ax + 4$ të ketë në pikën me abshisë 2, tangjente me koeficient 1. Zgjidhje: $k = y' = 6x - a \rightarrow 1 = 8 \cdot 2 - a$ \rightarrow $a = 11$</p>

<p>Njehsimi diferencial e integral</p> <p>Nënlinja: Njehsimi integral</p>	<p>Të integrojë duke përdorur shndërrimet e diferencialit të funksionit.</p> <p>(niveli i tretë)</p>	<p>Të gjejë integralet e trajtës</p> $\int (ax+b)^n dx$	<p>Të gjejë integralet e trajtës</p> $\int \frac{1}{ax+b} dx$	<p>Të gjejë integralet e trajtës</p> $\int u \cdot \sqrt{u} dx;$ $\int \frac{u}{\sqrt{u}} dx; \int \frac{u}{\sqrt{un}} dx;$
<p>Statistikë, kombinatorikë, probabilitet</p> <p>Nënlinja: Elemente të njehsimit kombinator</p>	<p>Të llogaritë probabilitetin me anë të kuptimeve kombinatorike.</p> <p>(niveli i dytë)</p> <p>Të përdorë vetitë e koeficienteve binomiale</p> <p>C_n^k me C_n^{n-k} në raste të thjeshta.</p> <p>(niveli i dytë)</p>	<p>Të njehsojë numrin e elementëve të hapësirës së një ngjarjeje me nxjerrje njëkohësisht të dy a më shumë elementëve.</p> <p>Të zbatojë formulën për gjetjen e C_n^k.</p>	<p>Të gjejë probabilitetin e ngjarjes me nxjerrje të njëhershme të dy a më shumë elementëve.</p> <p>Të zbatojë vetitë e koeficienteve binomialë.</p>	<p>Të gjejë probabilitetin e ngjarjes me nxjerrje të njëhershme të dy a më shumë elementëve me anë të ngjarjes së kundërt.</p> <p>Shembull:</p> <p>Nga tufa e letrave nxirren tre letra njëherësh. Sa është probabiliteti i ngjarjes A që të paktën njëra nga letrat të jetë spathi.</p> <p>Zgjidhje:</p> <p>Gjejmë probabilitetin e ngjarjes së kundërt.</p> <p>E kundërta e ngjarjes A: asnjë letër nuk është spathi.</p> $N(H) = C_2^3$ $N(\bar{A}) = C_9^3$ $P(\bar{A}) = \frac{C_9^3}{C_2^3} = 0,4$ $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,6$ <p>Të zgjidhë situata problemore që kërkojnë përdorimin e vetive të koeficienteve binomialë.</p>

5. PARIMET DHE METODAT MËSIMORE NË ZBATIM TË PROGRAMIT LËNDOR

5.1. Parimet e mësimdhënies dhe nxënies

Parimet e mësimdhënies dhe nxënies pasqyrojnë kërkesat e përgjithshme të pedagogjisë ndaj procesit mësimor. Respektimi i parimeve didaktike është një kusht i domosdoshëm për mësimdhënie të suksesshme. Parimet e përgjithshëm marrin ngjyrimet e veçanta në procesin e mësimdhënies dhe nxënies në matematikë.

Parimi i të mësuarit të vetëdijshëm e aktiv

Ky parim kërkon që njohuritë matematikore të perceptohen nga nxënësit në mënyrë aktive, të kuptohen dhe të përpunohen në mënyrë krijuese në vetëdijen e tyre, si dhe të zbatohen në praktikë. Në mësim nxënësi duhet të jetë aktiv e vetëveprues.

Përmbushja e këtij parimi është kusht i domosdoshëm për të luftuar formalizmin në mësim. Kjo arrihet nëpërmjet formave të ndryshme si: shpjegimi i qëllimeve të përgjithshme të lëndës, të grup temave e të temave të veçanta; krijimi i situatave problemore; lidhja e njohurive me situata reale praktike; përdorimi i metodave që aktivizojnë të menduarit e nxënësve.

Kur ndeshet me një temë të re, nxënësi duhet të informohet se cili është qëllimi, cila është më kryesorja, si mund të shpjegohen rregullat dhe ligjshmëritë e përfuara, cila është lidhja ndërmjet materialit të ri dhe materialit që njihet më parë.

Në zhvillimin e çdo teme mësimi, mësuesi duhet të sigurohet, nëpërmjet pyetjeve dhe ushtrimesh të zgjedhura me kujdes, për shkallën e përvetësimit të vetëdijshëm të materialit të ri nga nxënësit dhe vetëm më pas të fillojë punën për asimilimin e qëndrueshëm të tij. Njohuritë e fituara mekanikisht nga nxënësit, nuk kanë vlerë, sepse nuk mund të zbatohen në probleme të ndryshme, ato harrohen shpejt.

Është fakt që në matematikë ka edhe tema mësimore në të cilat nxënësit detyrohen të mësojnë edhe njohuri të cilat mund të mos jenë interesante apo tërheqëse për ta. Pikërisht këtu merr rëndësi shpjegimi i arsyes i domosdoshmërisë edhe të pjesëve jo interesante.

Nëse mësuesi ka arritur të kultivojë veprimtarinë e vetëdijshme të nxënësve për të mësuar matematikën, atëherë para tyre është hapur rruga për punë të pavarur e krijuese, për vetiniciativë e vetëkontroll.

Veprimtaria e vetëdijshme e nxënësve në matematikë nuk ecën në mënyrë uniforme. Ajo karakterizohet nga intensiteti në ndryshim. Ky intensitet varet jo vetëm nga përmbajtja e lëndës, por edhe nga niveli i klasës e, në mënyrë të veçantë, nga aftësia e mësuesit. Ndikim të madh këtu ka edhe vlerësimi me notë i mësuesit, aplikimi i metodave të ndryshme të mësimit, etj.

Parimi shkencor

Parimi shkencor konsiston në faktin që nocionet shkencore, rregullat dhe në përgjithësi e tërë përmbajtja dhe zhvillimi i lëndës, të ketë mbështetje rigorozë shkencore.

Ky parim kërkon që njohuritë që u jepen nxënësve, të jenë të sakta shkencërisht, e të argumentohen, sigurisht në përshtatje me moshën e nxënësve. Ai kërkon, gjithashtu, pajisjen e nxënësve me metodat e njohjes shkencore në përshtatje jo vetëm me moshën, por edhe me nivelin e zhvillimit të tyre. Në këtë drejtim ndihmon së tepërmi aftësimi për të kryer vrojtme, matje, eksperimente, për të formuluar hipoteza e për të realizuar vërtetime.

Realizimi i parimit shkencor vendos kërkesa të mëdha ndaj aspektit logjik të trajtimit të lëndës. Nxënësit duhet që të formulojnë qartë kushtet dhe përfundimet e teoremave; të dinë të formojnë teoremën e anasjellë dhe të kundërt të një teoreme të dhënë. Tek ata duhet të përpunohet aftësia për vërtetimin e çdo gjykimi që lind në procesin e vërtetimit të teoremës, si dhe aftësia për të shkruar këto gjykime në trajtën simbolike.

Emërtimet, konceptet, rregullat, pohimet e shkencës së matematikës herë-herë pësojnë ndryshime. Ato mund të korrigjohen dhe të plotësohen me njohuri të reja. Këto ndryshime duhet të pasqyrohen edhe në matematikën shkollore si nga autorët e teksteve dhe materialeve mësimore ashtu edhe nga mësuesi.

Parimi i lidhjes së matematikës me jetën e përditshme dhe modelimi matematik

Lidhja e matematikës me jetën e përditshme dhe modelimi matematik kanë përparësi në kurrikulën e re të gjimnazit. Kjo u siguron nxënësve një parapërgatitje të nevojshme për situatat reale në të cilat përdoret

matematika. Nxënësit kuptojnë vlerën e matematikës si shkencë dhe si lëndë shkollore dhe motivohen për ta mësuar atë. Lidhja e matematikës me botën reale ndikon pozitivisht edhe në qëndrimin e nxënësve ndaj matematikës si lëndë shkollore.

Parimi i trajtimit sistemik dhe përvetësimit të materialit

Ky parim nënkupton respektimin e varësisë që ekziston, së pari ndërmjet degëve të ndryshme të lëndës së matematikës (aritmetikë, algjebër, gjeometri, statistikë, probabilitet) dhe së dyti ndërmjet grup temave dhe temave brenda një dege.

Parimi i trajtimit sistemik nënkupton shtjellimin e kursit të matematikës në një vargëzim të përcaktuar logjik dhe njëkohësisht të ndërthurur me mjeshtëri. Para studimit të cilësdo teme, nxënësi duhet të mësojë atë material, i cili është bazimi logjik i temës pasardhëse. Vetëm me një trajtim të renditur e të sistemuar mund të zhvillohet të menduarit logjik tek nxënësit.

Trajtimi sistemik nuk mund të realizohet nëse nxënësit nuk e kanë përvetësuar apo e kanë harruar materialin, i cili është bazë për mësimin e një materiali të ri. Prandaj në mësimdhënien e matematikës një rol të rëndësishëm luan përsëritja sistematike e materialit.

Sistemimi i njohurive të nxënësve mund të mos realizohet si rrjedhojë e një raporti të pavëmendshëm të tyre ndaj shpjegimit të mësuesit, të një tempit tepër të shpejtë të shtjellimit të materialit të ri, të mosplotësimit të detyrave të shtëpisë dhe shkaqeve të tjera të ngjashme me këto. Në këtë mënyrë, realizimi i parimit të sistematizimit lidhet dhe me organizimin e procesit mësimor.

Një rol të rëndësishëm luan përzgjedhja e detyrave për nxënësit. Detyrat duhen planifikuar me nivel rritje të vështirësisë. Gjatë etapave të zgjidhjes, nxënësit duhet që jo vetëm të përforcojnë materialin e sapo mësuar, por të përsëritin edhe materialin që kanë mësuar kohë më parë.

Shmangia e boshllëqeve në njohuritë e nxënësve dhe përgatitja e materialit të ri, është një nga detyrat themelore të veprimtarisë së mësuesit.

Për këtë arsye mësuesi, pavarësisht nga klasa ku jep mësim në një vit shkollor, duhet të studiojë me kujdes programet e matematikës të klasave të tjera dhe nëse është e nevojshme edhe tekstet.

Për çdo orë mësimi mësuesi duhet të mendojë si ta ndërtojë mësimin;

në ç'renditje duhet t'i japë njohuritë e reja; ç'mjete konkretizimi duhet të përdorë; si duhet t'i formulojë shkurt e qartë teoremat e përkufizimet; si do ta ndjekë ecurinë e arsytetimeve; çfarë do të paraqesë me shkrim ose me mjete të tjera; çfarë ushtrimesh e problemash duhet të prezantojë për të bindur nxënësit për domosdoshmërinë e shtjellimit të një materiali të ri; çfarë ushtrimesh duhet të zgjidhë për të zbatuar njohuritë e reja. Mësuesi i ndërgjegjshëm, duke u konsultuar më parë me programin dhe tekstin si dhe me mësuesit më me përvojë, mund të gjejë gjithnjë rrugë efektive për zhvillimin e mësimit.

Parimi i demonstrimit dhe konkretizimit me mjetet

Realizimi i parimit të demonstrimit gjatë të mësuarit të matematikës konsiston në vëzhgimin e mjeteve, modeleve, figurave, pikturave të ndryshme, si dhe në shfrytëzimin e përvojës dhe përfytyrimeve që kanë nxënësit. Dihet se bazë e të menduarit abstrakt është të menduarit konkret. Mjetet demonstrative rritin interesin ndaj çështjes që mësohet dhe me këtë bashkëvepron mobilizimi i vëmendjes së nxënësve.

Mjetet demonstrative janë të dobishme edhe në zbatimet e njohurive të fituara. Zbatimet kryesore të matematikës në shkollë janë zgjidhja e problemave. Në zgjidhjen e problemave, figurat, modelet, maketet, skemat apo grafikët lehtësojnë të kuptuarit dhe zgjidhjen e problemit.

Mjetet matematikore didaktike mund të klasifikohen në katër grupe të mëdha: natyrore, figurative, simbolike dhe teknologjike.

Mjete natyrore janë ato objekte reale të cilët gjenden në natyrë dhe përdoren në funksion të një teme mësimore.

Mjete figurative janë modelet e ndryshme të figurave të realizuara me letër apo karton, modelet e trupave gjeometrikë prej druri, teli, etj.

Mjete simbolike janë figurat e ndryshme, grafikët, skemat, tabelat, etj. Në aspektin e konkretizimit, puna e mësuesit të matematikës është më e lehtë se e mësuesit të lëndëve të tjera. Themi kështu sepse mjetet e konkretizimit që përmendëm më lart ose gjinden në mjedisin rrethues, ose realizohen me lehtësi (nuk ndodh kështu, të themi, me lëndën e fizikës apo kimisë). Dihet se në matematikë përdoren gjerësisht mjetet simbolike të konkretizimit si figurat, grafikët, skemat, tabelat. Figura gjeometrike është një mjet konkretizimi tepër e fuqishme. Ajo e ndan formën gjeometrike të objektit që studiohet nga vetitë e tjera të tij dhe e paraqet atë në trajtë të pastër.

Por theksojmë se konkretizimi simbolik jo gjithmonë është i qartë për nxënësit. Duke paraqitur në vetvete një sistem shenjash konvencionale, konkretizimi simbolik në thelb është një gjuhë origjinale dhe, për ta kuptuar atë, ashtu si edhe çdo gjuhë tjetër, ajo duhet të mësohet.

Efektiviteti i mësimit varet shumë nga zgjedhja e përshtatshme e mjeteve të konkretizimit si dhe përdorimi i tyre i përshtatshëm në procesin mësimor.

Mjete të përshtatshme në mësimet e matematikës janë edhe skemat e tabelat. Skemat që mund të paraqesin simbolikisht kushtet e problemave, shpesh ndihmojnë së tepërmi në të kuptuarit e mirë të problemit. Tabelat e ndryshme, të cilat përdoren për një kohë të përshtatshme, ndihmojnë për të përforcuar dhe mbajtur mend konceptet matematikore dhe klasifikimin e tyre.

Një ndihmesë e konsiderueshme janë edhe mjetet e ofruara nëpërmjet CD-ve apo programeve kompjuterike të hartuar posaçërisht për lëndën e matematikës.

Përdorimi i teknologjisë, në kohën e sotme, konsiderohet një mjet i fuqishëm në duart e matematikanëve. Nxënësve duhet t'u krijohej mundësia në përdorimin e teknologjisë që nga makinat llogaritëse e deri te shfrytëzimi i internetit apo i programeve kompjuterike. Në mësimin e matematikës teknologjia mund të përdoret thjesht për të shkurtuar kohën dhe për t'i kushtuar kohë koncepteve prioritare ose mund të përdoret si mjet për të sofistikuar strategjitë e zgjidhjeve dhe për të lidhur matematikën me TIK-in.

Lidhur me mjetet e konkretizimit mësuesi duhet të ketë parasysh:

- Mjetet e konkretizimit duhet të jenë të thjeshta, të pangarkuara me gjëra të tepërta dhe të ndërtruara me kujdes.
- Mjetet duhet të jenë me përmasa të përshtatshme, në mënyrë që të shihen qartë nga të gjithë nxënësit.
- Mundësisht, nxënësit të përgatisin vetë mjete mësimi,
- Figurat plane apo edhe ato të hapësirës që vizatohen në dërrasën e zezë, si nga mësuesi, ashtu edhe nga nxënësit me vizore apo me dorë të lirë, duhen ndërtruara me kujdes. Figura e mirë i ndihmon nxënësit për gjetjen e rrugës së drejtë të zgjidhjes së problemit.

Realizimi i parimit të demonstrimit nuk kufizohet vetëm me përdorimin e mjeteve demonstrative. Shtjellimi i materialit mund të quhet

demonstrativ, nëse mësuesi, në procesin e shpjegimit, përdor përfytyrimin, i cili është krijuar tek nxënësit nga përvoja e jetës. Për këtë arsye përdorimi i mjeteve demonstrative duhet të jetë i menduar me kujdes. Një përdorim i vazhdueshëm i mjeteve demonstruese gjatë të mësuarit të teorisë dhe zgjidhjes së problemave pengon zhvillimin e përfytyrimeve hapësinore të nxënësve. Përdorimi i një numri të madh mjeteve demonstrative në të njëjtën orë mësimi, nuk është i përshtatshëm, sepse në këtë rast nxënësve u dobësohet vëmendja dhe bie interesi ndaj mjetit demonstrues.

Parimi i trajtimit individual të nxënësve

Ky parim nënkupton marrjen në konsideratë të veçorive specifike të nxënësve të veçantë apo grupeve të caktuara të nxënësve.

Përvoja tregon se nxënësit, edhe kur janë në të njëjtën moshë, kanë veçori të ndryshme për sa i përket përgatitjes matematikore, aftësive mendore, zhvillimit të imagjinatës, etj. Mësuesi i kujdesshëm zbulon cilësitë individuale të nxënësve dhe e drejton mësimdhënien e diferencuar pikërisht në drejtimet e përshtatshme.

Gjatë procesit të mësimdhënies, nisur nga faktet e mësipërme, nxënësve të ndryshëm u duhen drejtuar pyetje dhe detyra të niveleve të ndryshme.

Parimi i qëndrimit pozitiv ndaj lëndës së matematikës

Të nxënit është i lidhur ngushtë me qëndrimin e nxënësit ndaj lëndës. Për lëndën e matematikës, ndikimi i qëndrimit të nxënësit ndaj lëndës ndikon shumë në rezultatet e tij. Ndodh jo rrallë që lënda e matematikës paragjykohet si një lëndë e vështirë dhe pothuajse e pamundur për t'u mësuar. Mësuesit e ndërjegjeshëm, me formimin, me taktin, me modelin që transmetojnë përpiqen që nxënësit të kenë një qëndrim pozitiv ndaj matematikës, duke u dhënë mundësinë të ndjejnë kënaqësi gjatë zgjidhjes së detyrave të ndryshme, të shijojnë ndjenjën e suksesit, të mësojnë vlerat dhe domosdoshmërinë e përdorimit të matematikës në jetën e çdo individi.

5.2. Metodat e mësimdhënies

Metodat dhe strategjitë e mësimdhënies varen jo vetëm nga mësuesi, por edhe nga karakteristikat dhe kërkesat për zbatim të kurrikulës së matematikës të hartuar në nivel qendror. Kurrikula e re e gjimnazit e koncepton matematikën si një lëndë të integruar brenda vetes, si një lëndë që studion marrëdhëniet, si një lëndë që formon një mënyrë të domos-

doshme të menduari dhe si një mjet për të studiuar dhe kuptuar botën që na rrethon.

Qëllimi i mësimdhënies së matematikës është të ndihmojë nxënësit të fitojnë shprehitë e zgjidhjes, në jetën e përditshme, të problemave matematike dhe jo matematike. Për të arritur këtë qëllim nxënësit duhet të aftësohen të llogarisin, të arsyetojnë, të shpjegojnë, të argumentojnë, të përdorin burime të ndryshme informacioni, të punojnë në grup, të përgjithësojnë.

Përzgjedhja e metodave dhe strategjive të mësimdhënies bëhet duke pranuar që mësuesi i matematikës është ai që i ndihmon të gjithë nxënësit të “marrin” fuqinë e matematikës, të mendojnë matematikisht, të kuptojnë që matematika është e dobishme për këdo dhe kudo, të krijojnë besimin që mund ta kuptojnë dhe ta zbatojnë matematikën.

Gjatë zgjedhjes së metodave të mësimi, mësuesi duhet të bazohet në aftësitë dhe njohuritë që nxënësit zotërojnë. Strategjitë e zgjedhura duhet të sjellin suksesin. Mësuesi duhet të jetë krijues për të përdorur metoda e teknika të reja. Pavarësisht nga preferencat vetjake, mësuesi vazhdimisht duhet të kërkojë mundësi për të zhvilluar më tej mjeshtëritë e mësimdhënies.

Dihet se mësuesi i mirë është ai që i nxit dhe i motivon nxënësit të mësojnë matematikë. Studimet tregojnë se nxënësit e nxënë mirë matematikën vetëm nëse arrijnë të strukturojnë të kuptuarit matematik. Për të kuptuar sa e kanë mësuar matematikën, ata duhet të jenë në gjendje të veprojnë sipas foljeve *zbulo*, *zëvendëso*, *transformo*, *zgjidh*, *zbato*, *vërteto*, *komunikoj*. Ata veprojnë sipas këtyre foljeve veçanërisht kur punojnë në grup, përfshihen në diskutime, bëjnë prezantime etj.

Megjithëse dihet që mësimdhënia e matematikës mbështetet në zgjidhjen e problemave, formimi i dëshiruar matematik i nxënësve arrihet nëpërmjet kombinimit të disa llojeve të mësimdhënies.

Për të realizuar pritshmërinë e nxënësve, mësuesit, për qëllime të ndryshme, duhet të përdorin metoda të ndryshme. Disa prej tyre mund të përfshijnë gjithë klasën dhe drejtohen nga mësuesi, disa përfshijnë nxënësit në punë në grup dhe veprimtari bashkëpunuese dhe disa të tjera përfshijnë të nxënësit zbulues, ku nxënësit punojnë në mjedise të ndryshme.

5.2.1. Metoda të mësimdhënies që përfshijnë gjithë klasën dhe drejtohen nga mësuesi

a) Diskutimi. Mësuesi krijon një situatë matematikore dhe fton nxënësit për diskutim. Gjatë diskutimit flasin si mësuesi, ashtu dhe nxënësit. Në përgjithësi, diskutimet nisin nga pyetja e bërë nga mësuesi, megjithëse pranohet që të lindë një diskutim dhe nga pyetjet e ndryshme të nxënësve. Diskutimi shërben si mekanizëm i zhvillimit të menduarit matematik të nxënësit dhe për komunikimin e ideve të tyre të njëri-tjetri. Mësuesi mund ta rritë cilësinë e diskutimit duke u kërkuar nxënësve t'i përgjigjen paraprakisht me shkrim pyetjes së bërë. Diskutimet janë më efektive nëse në to përfshihen sa më shumë nxënës. Ata duhet të dëgjojnë njëri-tjetrin, të bashkojnë idetë e tyre dhe t'i vlerësojnë ato. Mësuesi mund ta fillojë diskutimin edhe duke u kërkuar nxënësve të japin mendime rreth asaj që kanë mësuar, cilat janë idetë kyç ose çfarë nuk kuptojnë.

b) Pyetje-përgjigje. Me anë të kësaj metode, mësuesi u drejton pyetje nxënësve. Metoda *pyetje-përgjigje* përdoret si metodë efektive për të bërë një kontroll të shpejtë të nxënësit se sa e ka kuptuar ai një koncept, duke ua drejtuar pyetjen të gjithë nxënësve dhe shkruar të gjitha përgjigjet e tyre në tabelë. Megjithëse kjo metodë mund të përdoret për kontroll të shpejtë mbi një informacion të caktuar mund të ndodhë që jo të gjitha pyetjet të kenë një përgjigje të vetme.. Pyetjet duhet të nxitin nxënësit të shpjegojnë mënyrat e ndryshme të gjetjes së përgjigjes. Disa pyetje sfidojnë të menduarit e nxënësve, duke u kërkuar atyre të sqarojnë përgjigjet dhe t'i mbrojnë ato.

c) Leksioni ose shpjegimi i mësuesit. Kjo është metoda mbi-zotëruese që përdoret nga shumica e mësuesve të matematikës. Leksionet janë më të përshtatshme në rastin e dhënies së informacionit nxënësve të motivuar në matematikë. Ata janë më efektive nëse lidhen drejtpërsëdrejt me objektivat e mësimin, nëse mësuesi përdor shembuj të përshtatshëm dhe shmang përdorimin e termave me kuptim jo të qartë. Shumica e leksioneve bazohen në filozofinë e mbushjes së zbrazëtisë së mendjes me informacion faktik. Kjo metodë bie në kundërshtim me rezultatet e kërkimeve që tregojnë rëndësinë e përfshirjes së nxënësve aktivisht në procesin e përpunimit të informacionit dhe të vendosjes së lidhjes ndërmjet asaj

që po mësojnë me ato që kanë mësuar. Një mangësi e madhe e metodës së leksionit është niveli i ulët i asaj që mbetet dhe fiksohet në mendjet e nxënësve pas leksionit.

d) *Demonstrimi.* Mësuesi mund të përdorë mjete dhe instrumente të ndryshëm gjatë mësimdhënies. Demonstrimi përdoret shpesh i kombinuar me metodat e tjera të mësimdhënies. Demonstrimet efektive në klasë kërkojnë qartësi, entuziazëm, teknika të mira të të pyeturit dhe përfshirje të nxënësit.

e) *Metoda e të nxënësve zbulues*

Metoda e të nxënësve zbulues mund të zbatohet me gjithë klasën, me grupe të vogla, ose me nxënës të veçantë. Kur zbatohet me gjithë klasën, mësuesi luan rolin udhëheqës. Në grupe të vegjël, të nxënësve zbulues zbatohet në disa veprimtari dhe respekton parimet e punës në grup. Në mënyrë individuale, të nxënësve zbulues përdoret përshembull gjatë zhvillimit të projekteve. Veprimtaritë zbuluese përfshijnë njohuri të rëndësishme të matematikës dhe vendosin lidhjen ndërmjet tyre. Si tematika të të nxënësve zbulues mund të shërbejnë situata të jetës së përditshme.

f) *Metoda e projekteve*

Metoda e projekteve i vë nxënësit të punojnë sa më shumë vetë. Kjo metodë u kërkon nxënësve të përcaktojnë teknikat që duhet të përdorin për të mbledhur të dhënat për projektin dhe për të vendosur se cila është metoda më e mirë për grumbullimin, përpunimin dhe prezantimin e të dhënave. Projektet mund të shkruhen individualisht ose në grup dhe nxënësve u jepet kohë relativisht e gjatë për to. Disa herë mund të harxhohet koha e mësimin në klasë, por shumica e punës bëhet në shtëpi dhe gjatë kohës së lirë. Në varësi nga tema dhe qëllimi, disa projekte kërkojnë më shumë kohë disa më pak. Mësuesi duhet të bëjë kujdes që në projekte të përfshihen të gjitha nivelet e nxënësve.

Studimet kanë treguar se angazhimi individual i nxënësve në projekte i vendos ata në rolin e një matematicieni të vërtetë. Projektet janë në fakt “bota reale” dhe u tregojnë nxënësve fusha jashtë mureve të klasës në

të cilat përdoret matematika.

Detyra e përshkruar në kreun e objektivave specifike : “Numri i fëmijëve të familjeve të një pallati”, fare mirë mund të përdoret si teme për një projekt kurrikular.

Temat e projekteve duhen zgjedhur të tilla që nxënësit të binden për rëndësinë e matematikës në jetën e përditshme e në shumë profesione, në shkencë dhe në teknologji, në mjekësi, në ekonomi, në problemet e mjedisit, në vendimmarrjet e qeverive.

Si temë projekti mund të shërbejë edhe hulumtimi për veprën e një matematikani ose për zhvillimin e shkencës së matematikës.

g) Metoda e të nxënës bashkëpunues

g.1.Puna në grup. Metoda e të nxënës bashkëpunues i vë të gjithë nxënësit të punojnë së bashku ose në grupe. Në rastin kur nxënësit ndahen në grupe, mësuesi bën kujdes që në grup të përfshihen nxënës të të gjitha aftësive dhe që problemet (mosmarrëveshjet) personale të evitohen deri në minimum. Mësuesi nxit të gjithë nxënësit në grup të japin ndihmesën e tyre, duke iu përgjigjur pyetjeve brenda vetë grupit. Pjesëtarët e një grupi rekomandohet të ndryshohen. Roli i mësuesit është të realizojë objektivat mësimore, të nxitë diskutimet, të monitorojë grupet dhe të ndërhyjë vetëm kur është absolutisht e nevojshme. Mësues të ndryshëm mund të organizojnë në mënyra të ndryshme grupet e të nxënës bashkëpunues. Disa mësues parapëlqejnë t’i lenë nxënësit t’i zgjedhin vetë anëtarët e grupit, të paktën një herë të vetme. Disa mësues të tjerë parapëlqejnë t’i ndryshojnë grupet më shpesh, në varësi të veprimtarisë së planifikuar ditore. Por ka dhe mësues që i ngrenë grupet në varësi të ngjashmërisë së aftësive dhe formimit të nxënësve. Disa të tjerë përcaktojnë dhe rolet e secilit nxënës në grup: *lehtësuesi* (mban grupin në punë), *regjistruesi* (shkruan idetë), *raportuesi* (raporton në klasë), *lexuesi* (lexon problemin dhe kontrollon saktësinë e fakteve), *mbajtësi i materialeve* (përgatit materialet).

g.1.Puna në çift. Me anë të kësaj metode, nxënësit punojnë në çift (dyshe). Çiftet punojnë së bashku në kontrollin e detyrave të shtëpisë, mbajtjen e shënimeve në orën e mësimin, në projekte dhe në raportim.

Shpjegimi i koncepteve njeri-tjetrit ua lehtëson nxënien në matematikë pasi shfrytëzojnë “gjuhën” dhe “mënyrën” e përbashkët të të menduarit dhe të të shprehurit. Metoda e të nxëniet në çift i përfshin nxënësit në një proces që lehtëson ngulitjen e koncepteve matematike.

Të nxëniet bashkëpunues ka ndikim pozitiv në arritjet e nxënësit dhe në marrëdhëniet e tij me nxënësit e tjerë. Ai përmirëson qëndrimet e tij kundrejt grupeve me përkatësi etnike, kulturore të ndryshme nga e tija. Mbi të gjitha, puna në grup ndihmon nxënësit të përfshihen më aktivisht në procesin e të nxëniet. Megjithatë, përdorimi vetëm i metodës së të nxëniet bashkëpunues është i papërshtatshëm po aq sa dhe vetëm përdorimi i metodës së leksionit. Mësuesi i suksesshëm është ai që bën përzgjedhjen dhe kombinimin e përshtatshëm të metodave, madje edhe brenda një ore mësimi.

Përdorimi i metodave të ndryshme e të shumëllojshme të mësimdhënies kërkon që mësuesi të luajë disa role, si:

a) *Profesionist*, që demonstroi jo vetëm mundësi të shumta për zgjidhjen e problemit por dhe aftësi të nivelit të lartë të të menduarit që çojnë në zgjidhjen e tij.

b) *Këshillues*, që ndihmon një nxënës të veçantë, grupet e vogla ose gjithë klasën për t’u ndërgjegjësuar për ecurinë e punës, a është në “rrugën” e drejtë apo jo.

c) *Moderator*, që bën pyetje të cilat duhet të merren parasysh nga nxënësit, por të tilla që vendimmarrja t’u takojë atyre.

d) *Ndërmjetës*, që mbështet nxënësit gjatë prezantimeve në klasë, i nxit ata të reflektojnë mbi veprimtaritë e tyre dhe ta zbulojnë vetë matematikën.

e) *Nxites*, që sfidon nxënësit për t’u ndjerë të sigurt se ajo që po bëjnë është bindëse, e dobishme, e saktë dhe të aftë për të mbrojtur përfundimet e tyre.

6. VLERËSIMI I NXËNËSIT

Vlerësimi konsiderohet pjesë e të mësuarit dhe jo si moment që e ndërpret atë.

Vlerësimi mund të jetë formal, i organizuar dhe i drejtuar nga institucionet arsimore të vlerësimit, por mund të jetë edhe i konceptuar e drejtuar nga mësuesi.

- **Tipet e vlerësimit**

Vlerësimi i nxënësve ndahet në tre tipa kryesorë:

- **Diagnostikues**, që zakonisht kryhet në fillim të vitit shkollor ose kapitulli, për të identifikuar njohuritë paraprake, interesat ose aftësitë që kanë nxënësit rreth asaj për të cilën po kryhet vlerësimi. Ky informacion përdoret për të orientuar praktikatat e mësimdhënies të mësuesit dhe të nxënësve. Vlerësimi diagnostik mund të jetë i shkurtër, i shpejtë, joformal dhe mund të bëhet me gojë. Pyetjet që mësuesi planifikon para se të fillojë shpjegimin, kanë të bëjnë pikërisht me këtë lloj vlerësimi dhe shërbejnë për të gjitha objektivat e blloqeve tematike.
- **Formues**, që është një proces që ndodh gjatë gjithë kohës në klasë dhe informon nxënësit dhe mësuesit mbi progresin e nxënësve. Të dhënat dhe informacioni i mbledhur nga vlerësimi formues përdoren për të përmirësuar proceset e mësimdhënies dhe të nxënësve. Fokusi i vlerësimit formues nuk duhet të jetë vlerësimi me notë i nxënësve.
- **Përmbledhës**, që kryhet më shpesh në fund të një kapitulli, për të përcaktuar çfarë është mësuar mbas një periudhe kohe dhe shoqërohet me notë. Vlerësimet përmbledhëse përdoren kryesisht për t'u raportuar progresin e nxënësve në lidhje me kurrikulën vetë nxënësve, prindërve dhe mësuesve, por edhe për të modifikuar praktikatat e mësimdhënies dhe të nxënësve.

- **Fazat e vlerësimit**

Procesi i vlerësimit zhvillohet në disa faza, si më poshtë:

- **Faza përgatitore**, gjatë së cilës mësuesi përcakton çfarë do të vlerësojë, tipin e vlerësimit (diagnostikues, formues, përmbledhës), kriteret e vlerësimit, metodat e vlerësimit.
- **Faza e çmuarjes (vënies së notës)**, gjatë së cilës mësuesi përcakton metodat e mbledhjes së informacionit, mbledh produktet e nxënësit, ndërton ose zgjedh instrumentet e vlerësimit, ja tregon ato nxënësit, mbledh informacionin mbi progresin e nxënësit.
- **Faza e vlerësimit**, gjatë së cilës mësuesi interpreton informacionin e marrë nga çmuarja me notë dhe bën gjykime mbi progresin e nxënësit. Bazuar në gjykimet e vlerësimit, ai merr vendime mbi programin specifik që duhet të hartojë për nxënësit si dhe informon nxënësin dhe prindërit për progresin e nxënësit.
- **Faza e reflektimit**, gjatë së cilës mësuesi përcakton ato pjesë të vlerësimit që ishin të suksesshme. Në mënyrë të veçantë, ai vlerëson përshtatshmërinë e metodave të përdorura të vlerësimit, me qëllim përmirësimin e tij në të ardhmen.

- **Qëllimet e vlerësimit**

Vlerësimi ka për qëllim:

- të rrisë nivelin e mësimdhënies dhe të mësuarit nga ana e nxënësve;
- të ndihmojnë nxënësin të kuptojë cilat janë dijet dhe cilat janë mungesat dhe dobësitë e tij;
- të ndihmojë mësuesin në planifikimin efikas të mësimdhënies;
- të informojë nxënësin dhe prindin për nivelin e njohurive që zotëron nxënësi.

- **Nga qëllimet në praktikën e realizimit**

Në praktikën e realizimit të qëllimeve, përgjegjësitë e mësuesit janë:

- vendosja e objektivave dhe organizimi i mësimdhënies dhe formave të kontrollit për arritjen e tyre nga nxënësit;
- menaxhimi dhe krijimi i një mjedisi që mësuesi dhe nxënësit të

jenë të qartë për atë që është arritur e mësuar dhe që synohet të arrihet;

- analizimi i arritjeve dhe formave të ndjekura për t'i realizuar ato me qëllim përmirësimin e tyre në të ardhmen.

Në procesin e vlerësimit, mësuesi duhet:

- të përfshijë forma të ndryshme vlerësimi me qëllim që nxënësi të paraqesë gjithë njohuritë që zotëron;
- të bëjë përzgjedhjen e duhur të pyetjeve e detyrave që vlerësojnë arritjen e objektivit të zgjedhur për vlerësim;
- të përfshijë në pyetje e në detyra të gjitha objektivat e programit;
- të zhvillojë një proces vlerësimi transparent dhe të hapur për të gjithë nxënësit.

Mësuesit mund të përdorin shumëllojshmëri teknikash e mjetesh për përcaktimin e metodës dhe teknikave të vlerësimit të nxënësve. Në këtë proces, ata duhet të mbajnë parasysh edhe metodat e përdorura për vlerësim nga mësuesit e lëndëve të tjera, duke bashkëpunuar e diskutuar me ta, veçanërisht për të përdorur kritere të njëjtë vlerësimi.

• **Vlerësimi në lëndën e matematikës**

Kritere të vlerësimit të nxënësve në matematikë, për çdo mësues, janë objektivat e arritjes së programit, të cilët arrihen në nivele të ndryshme nga nxënës të ndryshëm. Mësuesi duhet të jetë i ndërgjegjshëm se për të testuar nxënësit, gama e pyetjeve duhet të jetë e përshtatshme për të gjithë nxënësit.

Të nxënit në matematikë është një proces që vjen si rezultat i rolit të përvojës në të kuptuarit. Prandaj vlerësimi i nxënësit duhet bërë duke u mbështetur në burime të ndryshme të dhënash mbi njohuritë dhe aftësitë e tij. Këto burime nuk janë gjë tjetër veçse teknikat e përdorura për vlerësim, si: prezantimet me gojë, punët me shkrim, vëzhgimet ose kombinimet e këtyre të triave. Shembuj të punëve me shkrim janë projektet, detyrat e shtëpisë, testet.

Regjistrimi i përparimit të nxënësit mund të bëhet me anën e mbajtjes së shënimeve nga mësuesi, portofoli i nxënësit dhe rezultatet e shënuara në regjistër.

Përdorimi i teknikave të ndryshme të vlerësimit i bën nxënësit të kuptojnë se do të vlerësohen vazhdimisht. Nga ana tjetër, teknika të ndryshme të vlerësimit përshtaten në mënyra të ndryshme me stilet e ndryshme të të nxënësve, gjë që u krijon atyre mundësitë të shfaqin plotësisht aftësitë e tyre. Përdorimi vetëm i një teknike në vlerësim, i ndrydh dhe i streson nxënësit.

Vlerësimi i njohurive të nxënësve në matematikë përfshin aftësitë për të zgjidhur problema, për të përdorur gjuhën e matematikës, për të arsyetuar dhe analizuar, për të kuptuar konceptet dhe procedurat bazë dhe për të menduar e vepruar drejt. Vlerësimi përfshin aftësinë e nxënësve për të integruar konceptet dhe procedurat e matematikës dhe për t'i zbatuar ato në situata që kërkojnë të menduar kritik e krijues.

Metodat për vlerësimin e aftësisë së nxënësit:

a) në zgjidhjen e problemave, përfshijnë vrojtimin e nxënësit gjatë zgjidhjes së problemës në mënyrë individuale, në grupe të vogla ose në diskutimet në klasë. Metoda të tjera për këtë vlerësim janë dëgjimi i nxënësit në procesin e problemzgjdhjes, e analizës së rezultateve, e argumentimit të zgjidhjes, e paraqitjes së detyrave të shtëpisë. Është mirë që çmuarja (vënia e notës) të bëhet sipas një përshkallëzimi që lidhet me vlerësimin e nxënësit për:

dëshirën për t'u përfshirë në zgjidhjen e problemës;
përdorimin e shumëllojshmërisë së mënyrave të zgjidhjes;
lehtësinë e gjetjes së zgjidhjes së problemës;
këmbënguljen e verifikimit të zgjidhjes së problemës.

b) për të komunikuar matematikisht, përfshijnë kuptimin që nxënësi ka për konceptet dhe procedurat e matematikës, për të folur dhe shkruar rreth tyre, për të kuptuar e vlerësuar idetë matematike. Në

vlerësimin e aftësisë së nxënësit për të komunikuar, i duhet kushtuar vëmendje qartësisë, saktësisë së përdorimit të gjuhës matematike, termave dhe simboleve matematike. Komunikimi është gjithashtu një mjet shumë i mirë për të gjykuar edhe aftësinë e të menduarit kritik.

c) për të komunikuar, nëse i krijohet mundësia, nëpërmjet kompjuterit dhe programeve kompjuterike, si spreadsheet, data-basë dhe grafikët e funksioneve. Aftësia e nxënësit për të strukturuar dhe paraqitur informacionin duke përdorur teknologjinë, mund të vlerësohet nga fakti nëse nxënësi për të arritur në një përfundim përdor në mënyrë të arsyeshme një spreadsheet ose grafik për simulimin e një situatë apo për të siguruar të dhëna.

Metodat për vlerësimin e njohurive të nxënësit

Të kuptuarit e koncepteve matematike përfshin shumë më tepër se përkufizimin e tyre apo dhënien e shembujve. Ajo ka të bëjë me një spektër të gjerë të aftësive. Vlerësimi duhet të përfshijë aspekte të formimit konceptual, duke parë sa dhe si nxënësi bën dallimin ndërmjet cilësive që lidhen ose jo me konceptin në shembuj të ndryshëm, të paraqesë konceptet në mënyra të ndryshme dhe të njohë interpretimet e ndryshme të tyre. Shënimet e mësuesit dhe detyrat me shkrim janë mjete të mira për vlerësimin e formimit konceptual të nxënësit.

Metodat për vlerësimin e qëndrimit të nxënësit

Mësimdhënia në matematikë përfshin gjithashtu dhe *zhvillimin e qëndrimit pozitiv të nxënësit kundrejt matematikës*. Vlerësimi i këtij qëndrimi kërkon informacion mbi mënyrat e të menduarit dhe të vepruarit të nxënësit në situata të ndryshme. Qëndrimi i nxënësit reflektohet në mënyrën se si pyet dhe jep përgjigje, si punon për zgjidhjen e problemave dhe sa i motivuar është për të qënë aktiv në mësimin e matematikës. Vëzhgimet, detyrat e shtëpisë, përgjigjet me gojë, diskutimet, të pyeturit janë mënyra shumë të mira për të vlerësuar edhe qëndrimin e nxënësit ndaj matematikës.

Metodat e vlerësimit në orën e mësimit

Pyetje-përgjigjet, diskutimet

Diskutimet, shpjegimet, arsyetimet, ilustrimet dhe analogjitë janë pjesë të rëndësishme në orën e matematikës. Ato ndihmojnë komunikimin e drejtpërdrejtë të mësuesit me nxënësit. Gjetja nga nxënësi e një argumenti që çon drejt zgjidhjes së ushtrimit apo problemit matematik është një kontribut sa i vetë nxënësit, aq dhe i nxënësve të tjerë pjesëmarrës në diskutim.

Vëzhgimet

Mësuesi, që nxit dhe drejton diskutimin dhe debatin, vëzhgon dhe analizon mënyrën si ai zhvillohet. Ai sheh si ndryshojnë përgjigjet e nxënësve dhe si plotësohen ato me argumente dhe arsyetime të duhura. Mësuesi vëren edhe format në të cilat shfaqet individualiteti i nxënësit, duke ndërhyrë me kujdes për të konfirmuar apo përmirësuar arsyetimin e paraqitur.

Mësuesi mendohet t'i njohë më mirë se tjetërkush nxënësit e vet, pasi ka mundësi dhe kohë ta bëjë këtë.

Detyrat e shtëpisë

Detyrat e shtëpisë janë një nga metodat më tradicionale në të mësuarit dhe të vlerësuarit e matematikës. Kjo do të thotë se ekziston përvoja në përdorimin dhe pasurimin e kësaj metode. Mbështetur në përvojën, mësuesi duhet të përzgjedhë me kujdes pyetjet, ushtrimet dhe problemat, me qëllim që nxënësi të mos mbingarkohet. Përzgjedhja duhet bërë jo spontanisht, por me një qëllim të përcaktuar.

Vetëvlerësimi

Vlerësimi që një mësues i bën nxënësit të tij gjykohet nga nxënësi sipas perceptimit që ai ka në lidhje me vlerësimin. Prandaj, ia vlen të përmirësojmë njohuritë e nxënësit për të kuptuar dhe interpretuar kriteret e vlerësimit, si p.sh., cilët janë dhe si vlerësohen nivelet e ndryshme të aftësive në një detyrë në matematikë. Këtë gjë mund ta përmbushin vetëm mësuesit që kanë ambicie dhe e marrin seriozisht procesin e vlerësimit.

Testet

Mësuesi duhet ta përdorë metodën e vlerësimit me anë të testit si një metodë që plotëson procesin e mësimdhënies dhe të kontrollit të përvetësimit të njohurive. Ai duhet të jetë i bindur dhe i qartë për lidhjen ndërmjet testit dhe objektivave të programit.

Në hartimin e testit, mësuesi duhet të përdorë llojet e pyetjeve që ndihmojnë efektivisht përmbushjen e objektivit të testit. Vihet re një tendencë për të mbushur tregun me teste për klasa të ndryshme. Duhet pasur kujdes në hartimin dhe përzgjedhjen e tyre. Nxënësit testohen dhe vlerësohen për aq sa kërkohet në program. Nuk mund të testohen të gjithë nxënësit duke përdorur teste që i tejkalojnë kërkesat e objektivave të programit ose nuk i arrijnë ato, apo teste që pak e kanë pasur parasysh programin. Ato mund të përdoren për nxënës të veçantë, thjesht për informacion, për të testuar formimin e tyre, dhe jo për t'i vlerësuar ata me notë për përvetësimin e programit.

Testi tradicional ka qënë një proces më i mbyllur, ku kriteret për vlerësimin e tij nuk bëheshin publike. Në ditët e sotme nxënësit janë më të informuar në një proces vlerësimi më të hapur e më dinamik. Mësuesi duhet të shmangë rastet kur teprimi i përdorimit të testit si formë kontrolli ka efekte negative te nxënësit.

Evidentimi i progresit

Mbajtja e shënimeve dhe rezultateve ndihmon në analizën dhe evidentimin e progresit të nxënësit. Rezultatet e mbledhura në këtë mënyrë janë të dobishme për të ndryshuar dhe përmirësuar metodat e të mësuarit dhe të vlerësimit.

Vëmendja e vlerësuesit drejtohet tek objektivat e programit. Në përmbajtjen e testimit duhet të bëjnë pjesë ato njohuri që kanë lidhje me objektivat.

• Pyetjet e testeve

Në hartimin e testeve përdoren pyetjet me alternativa, pyetjet “e vërtetë-e gabuar”, pyetjet “me plotësim” dhe pyetjet me fund të hapur.

Pyetjet me alternativa, pyetjet “e vërtetë-e gabuar” dhe pyetjet

“me plotësim”

Këto lloj pyetjesh rritin dukshëm objektivitetin në vlerësim.

Pyetjet me alternativa, pyetjet “e vërtetë-e gabuar” dhe pyetjet “me plotësim”, kanë si veçori të përbashkët faktin që pikëzohen lehtë në përgjigjet e tyre vlerësohen lehtësisht.

Hartimi i tyre duhet bërë me përgjegjësi sidomos nëse pyetja duhet të mbulojë një objektiv të shkruar qartë. Duhet respektuar edhe kriteret teknike apo standardet që lidhen me hartimin e pyetjeve të tilla.

Pyetjet me fund të hapur

Këtë lloj pyetjesh japin më shumë informacion për nivelin e formimit të nxënësit. Në veçanti pyetjet e hapura të strukturuar, që kërkojnë përgjigje të shkurtër, përgjigje më të gjatë apo përgjigje të zgjeruar ofrojnë më shumë mundësi vlerësimi. Këto janë pyetje që plotësojnë nevojën e një vlerësimi më kompleks e më të plotë të arritjeve.

Për hartimin e një testi mund të përdoret një lloj pyetjeje ose kombinim llojesh. Mësuesi ose hartuesi i testit zgjedh formatin e testit, llojin dhe numrin e pyetjeve që do të përdorë, në varësi të qëllimit të testit. Kujdes duhet bërë që gama e pyetjeve të mbulojë të tre nivelet e nxënësve

Për testet e matematikës, në shumicën e rasteve, përdoren pyetjet me alternativa dhe pyetjet me fund të hapur.

Shembuj pyetjesh me alternativa

1. Kufizat 8, 4, x janë termat e para të një progresioni aritmetik. Gjeni vlerën x.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

2. Jepet këndi α i tillë që $\sin \alpha > 0$ dhe $\cos \alpha > 0$. Gjeni në cilin kuadrant ndodhet këndi α .

A) I B) II C) III D) IV

3. Gjeni vlerën minimale të funksionit $y = x^2 + 1$,

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4. Gjeni vlerën e shprehjes $\log \frac{4}{5} + \log \frac{5}{4}$.

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

5. Gjeni vlerën më të madhe të funksionit $y = 1 + \cos x$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

6. Gjeni numrin e plotë më të madh a që vërteton mosbarazimin $3 + 2a < 15$.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

Shembuj pyetjesh me fund të hapur

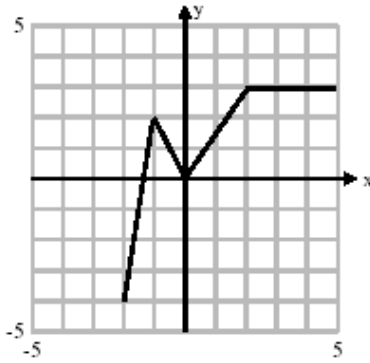
1. Jepet vargu me kufizë të përgjithshme a_n i tillë që $a_1 = 2$ dhe $a_n + 1 = 3a_{n-5}$ për $n > 1$.

Gjeni a_4 .

2. Në figurë jepet grafiku i një funksioni $f(x)$.

a) Gjeni $f(-1) + f(2)$.

b) Gjeni vlerat e $f(x)$ për $x > 2$.



3. Dy zare kubikë hidhen njëherazi. Gjeni probabilitetin që shuma e pikëve të rëna në faqet e sipërme të tyre të jetë 3.

4. Pika $Q(x,3)$ është mesi i segmentit me skaje $P(3,1)$ dhe $R(-1, y)$. Gjeni distancën PR .

5. Gjeni $A \cap B$, nëse jepen $A = [-1,1]$ dhe $B = \{-1, 0, 1\}$.

6. Jepet ekuacioni $x(x - c) = 1 - c$. Gjeni vlerën c që ekuacioni të ketë një zgjidhje të vetme.

7. Jepet mosbarazimi $a^3 - 8 \leq 7a - 14$. Argumentoni nëse vërtetohet ose jo mosbarazimi për vlerat $a = 2$ dhe $a = \frac{1}{2}$.

8. Vërtetoni që vektorët $\vec{m} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ janë pingulë.

